

TENTAMEN

Vak : Quantumverschijnselen (141001)
 Datum : Donderdag 3 november 2010
 Tijd : 8.45 - 11.15 uur

- Dit tentamen bestaat uit 2 opgaven. Het boek "Elementary Modern Physics" van Tipler & Mosca mag gebruikt worden. Tevens mag je een rekenmachine gebruiken.
 - Antwoord kort en bondig.
 - Bij iedere opgave staat vermeld hoeveel punten het oplevert; het totaal is 100.
-

Opgave 1. (50 punten: a/b/c/d = 10/10/15/15 punten)

We gaan uit van 8 identieke en kubusvormige blokjes met een volume $V=L^3$. In iedere blokje bevindt zich precies 1 elektron. De elektronen gedragen zich als vrije elektronen en de temperatuur bedraagt 0 K. We passen de volgende randvoorwaarden toe:

$$\psi(x=0, y, z) = \psi(x=L, y, z) = 0$$

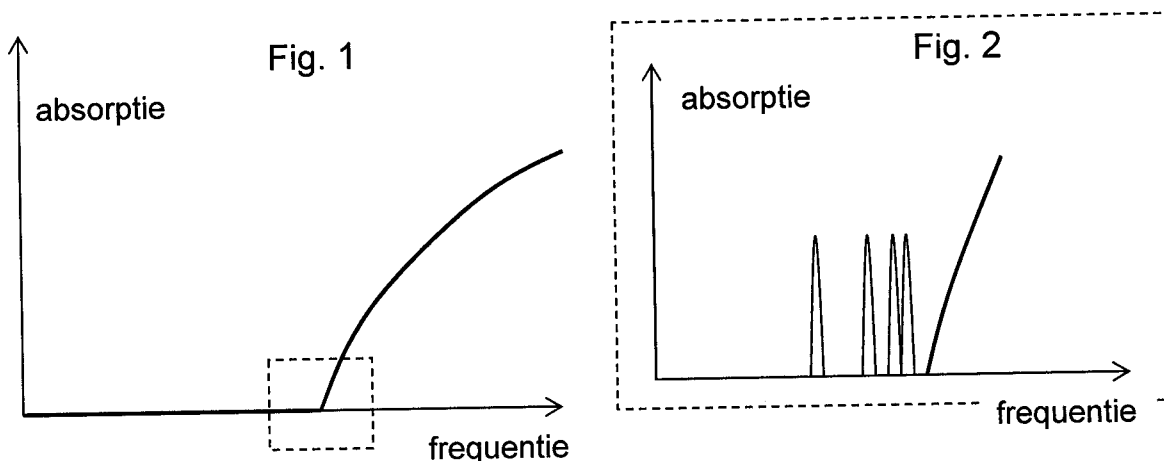
$$\psi(x, y=0, z) = \psi(x, y=L, z) = 0$$

$$\psi(x, y, z=0) = \psi(x, y, z=L) = 0$$

- (a) Bereken voor één van de blokjes de laagste vier energieniveau's. Geef ook de bijbehorende golffuncties (NB u hoeft de golffuncties niet te normeren).
- (b) We veronderstellen even dat alle acht elektronen zich in één van de blokjes bevinden. Bereken de Fermi energie en de totale energie.
- (c) We veronderstellen wederom dat er zich in ieder blokje precies één elektron bevindt. De acht blokjes worden zo tegen elkaar aangeschoven dat een kubus met een ribbe van $2L$ ontstaat (afmetingen $2L \times 2L \times 2L$). Bereken de 'bindingsenergie' van deze nieuwe configuratie door deze te vergelijken met de uitgangssituatie. Bereken ook de Fermi energie van dit systeem.
- (d) Vervolgens worden de acht blokjes zo tegen elkaar aangeschoven dat ze een keten vormen met lengte $8L$ (afmetingen $L \times L \times 8L$). Bereken de 'bindingsenergie' van deze nieuwe configuratie door deze te vergelijken met de uitgangssituatie. Bereken wederom de Fermi energie van dit systeem.

Opgave 2. (50 punten: a/b/c/d/e = 10/15/5/10/10 punten)

Het halfgeleidermateriaal GaN (gallium-nitride) heeft een band gap $E_g = 3.4$ eV. Het optisch absorptie-spectrum (absorptie van het materiaal als functie van de frequentie van het ingezonden licht) ziet er schematisch uit als in Fig. 1.



Als GaN licht absorbeert ontstaan er (negatief geladen) elektronen in de geleidingsband en (positief geladen) gaten in de valentieband, met ladingen $-e$ en $+e$, respectievelijk.

- (a) Bereken de golflengte van het licht waarbij GaN begint te absorberen. Is dit een minimum of een maximum waarde?

Als we inzoomen op het optisch spectrum (de gestippelde rechthoek in Fig. 1) blijken er nog een aantal scherpe pieken zichtbaar te zijn, zoals in Fig. 2. De positie van die pieken is te verklaren door aan te nemen dat een electron wordt aangetrokken door een gat. Zo'n electron-gat "aatom" wordt een exciton genoemd. Er zijn wel verschillen met het waterstof atoom: een exciton is electrisch neutraal en de Coulomb constante k^* in het materiaal GaN is $k^* = 0.11 \times k$ (waarbij k de waarde in vacuum is).

- (b) De energie van de grondtoestand van een exciton in GaN is 0.026 eV. Bereken de massa (de gereduceerde massa) en de Bohr straal van het exciton.
- (c) Prof. Unepierre beweert dat excitonen een Bose-Einstein condensaat kunnen vormen. Kan hij gelijk hebben? (Beargumenteer je antwoord.) [Hint: ga na of excitonen fermionen of bosonen zijn.]

Ook zonder het belichten van het materiaal zijn er elektronen in de geleidingsband door thermische excitaties. Ga ervanuit dat de Fermi energie precies in het midden van de bandgap ligt.

- (d) Bereken de kans dat een elektron in dat geval het onderste niveau van de geleidingsband bezet.
- (e) Schets de temperatuurafhankelijkheid van de weerstand van GaN in het donker en van de temperatuurafhankelijkheid van de weerstand wanneer GaN wordt belicht met een frequentie boven de drempelwaarde van Figuur 1.