Tentamen Lineaire Structuren EL (vakcode 191510103)

Dinsdag, 21 augustus 2012, 13.45 – 16.45 uur

Motiveer al uw antwoorden.

1. Geef een voorbeeld van een inconsistente stelsel met twee vergelijkingen en drie variablen.

2. Stel $u, v, w \in R^n$ en neem aan dat $\{u, v\}$ en $\{v, w\}$ lineair afhankelijke stelsels vectoren zijn. Geldt dit dan ook voor $\{u, w\}$?

3. Stel A is een 4×3 matrix en $\mathbf{b} \in R^4$. Verder is bekend dat $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ precies één oplossing heeft. Bepaal de kanonieke rijvorm (*reduced echelon form*) van A !

4. Geef de definitie van een lineaire afbeelding.
   Stel $T : R^n \to R^m$ is een lineaire transformatie en v_1, v_2, v_3 zijn lineair afhankelijke vectoren in de R^n. Zijn dan ook $T(v_1), T(v_2), T(v_3)$ lineair afhankelijk?

5. Stel $A \in R^{n \times m}$ en er zijn matrices C en D zodanig dat CA en AD eenheidsmatrices zijn (van dimensie m resp. n). Laat zien dat $n = m$ en $C = D$ $(= A^{-1})$.

6. Bereken de derde kolom in de inverse van $\begin{bmatrix} 2 & 7 & 9 \\ 2 & 5 & 6 \\ 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$.

7. Beschouw onderstaande matrix A met daarnaast zijn standaardvorm:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -5 & 0 & -1 \\ 2 & 5 & -8 & 4 & 3 \\ -3 & -9 & 9 & -7 & -2 \\ 3 & 10 & -7 & 11 & 7 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 2 & -5 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

   Bepaal een basis voor de rij- en de kolomruimte van A. Bepaal ook een basis voor de nulruimte van A.

8. Bereken de determinante van de matrix bestaande uit de eerste vier kolommen van A uit opgave 7.

9. Geef het verband tussen oppervlakte/volume en determinanten? Kun je uitleggen hoezo deze verband bestaat?
   (Trefwoord: Gedrag t.o.v. elementaire rij/kolom operaties)

Puntenverdeling: $40 = 36 + 4$.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
4	4	4	4	4	4	4	4	4