# Tentamen Lineaire Structuren EL (vakcode 151010)
**Vrijdag 13 febr 2009, 13.30 – 16.30 uur**

**Motiveer al uw antwoorden.**

1. Gegeven zijn $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 5 & k \end{bmatrix}$ en $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} -7 \\ -3 \end{bmatrix}$.

   a. Voor welke waarde(n) van $k$ is het lineaire systeem $A\mathbf{x}= \mathbf{b}$ inconsistent (onoplosbaar)?

   b. Los $A\mathbf{x}= \mathbf{b}$ op als $k = 2$.

   c. Neem $k = 10$ en beschouw $A$ als de standaardmatrix van een lineaire transformatie $T : R^2 \to R^2$. Is de transformatie $T$ injectief ('one-to-one') en/of surjectief ('onto')?

2. Laat zien dat door $T(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0, x_1 + x_2, x_2 + x_3, x_3 + x_4)$ een lineaire transformatie beschreven wordt en bepaal de bijbehorende standaardmatrix A.

3. Laat $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}$.

   a. Bereken de determinant det $A$ en toon aan dat $A\mathbf{x}= \mathbf{b}$ consistent is voor alle $\mathbf{b}$ in $R^4$.

   b. Is $A$ inverteerbaar? Zo ja, bereken de inverse van $A$.

   c. Bepaal dim Nul $A$ met zo min mogelijk rekenwerk.

z.o.z.

4. Beschouw $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -1 & 4 & 8 \\ 3 & 5 & 1 & 8 & 12 \\ 5 & 1 & 9 & 10 & 2 \\ 2 & 6 & -2 & -3 & 5 \end{bmatrix}$ en $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} -6 \\ 4 \\ 2 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$.

   a. Behoort $\mathbf{x}$ tot Nul $A$?

   b. Bepaal de kanonieke rijvorm ('reduced echelon form') van $A$.

   c. Bereken rang $A$ en bepaal een basis voor Rij $A$.

5. Geef een voorbeeld van een 3x2 matrix $A$ met de eigenschap dat $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$ alleen maar de triviale oplossing $\mathbf{x} = \mathbf{0}$ heeft. Evenzo een matrix $B$ waarvoor $B\mathbf{x} = \mathbf{0}$ wel niet-triviale oplossingen heeft.

6. a. Waar of onwaar: Als $\{\mathbf{u}, \mathbf{v}\}$ en $\{\mathbf{v}, \mathbf{w}\}$ lineair afhankelijke stelsels vectoren zijn, dan ook $\{\mathbf{u}, \mathbf{w}\}$?

   b. Waar of onwaar: Als $A$ en $B$ nxn-matrices zijn dan geldt altijd $\det(AB) = \det(BA)$?

   c. Waarom geldt $\det A = \det A^T$?

Puntenverdeling:

| 1 | | | 2 | 3 | | | 4 | | | 5 | 6 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| a | b | c | | a | b | c | a | b | c | | a | b | c |
| 2 | 2 | 2 | 4 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 | 4 | 2 | 2 | 3 |

Totaal 36 + 4 = 40 punten.