



**Kansrekening voor EL (153006)**  
**Donderdag 29 oktober 2009 van 8.45-11.45 uur**

Dit tentamen bestaat uit 6 opgaven en de  $N(0, 1)$ -tabel.  
Vermeld uw studentnummer en studierichting op werk en tentamenbriefje.  
Motiveer uw antwoorden

1. Volgens een gynaecoloog blijken 6 van de 10 vrouwen, die volgens een bepaalde "thuis-test" zwanger zijn, helemaal niet zwanger te zijn. Maar volgens de producent is het resultaat van de test bij niet-zwangere vrouwen in 90% en bij zwangere vrouwen in 100% van de gevallen juist.  
Bepaal de kans  $p$ , dat een willekeurige gebruiker van de test zwanger is, als de beweringen van gynaecoloog en producent beide waar zijn. Definieer daartoe eerst een aantal relevante gebeurtenissen en geef de voorwaardelijke kansen in termen van deze gebeurtenissen.
2. In Bulgarije worden bij iedere lottotrekking 6 uit 42 genummerde balletjes  $(1, \dots, 42)$  getrokken. Citaat: "In de Bulgaarse lotto werden zowel op 6 als op 10 september de getallen 4, 15, 23, 24, 35 en 42 getrokken, zij het in andere volgorde. Voor de voor kansspelen verantwoordelijke minister Svilen Neikov vormde dit aanleiding een onderzoek te gelasten" (Trouw, 17 september 2009).
  - a. Bepaal de kans dat bij een lottotrekking dezelfde uitkomst wordt verkregen als bij de vorige trekking.
  - b. Stel dat er in de loop der jaren wereldwijd een half miljoen officiële lottotrekkingen (van 6 uit 42) hebben plaatsgevonden, en laat  $X$  het aantal daarvan zijn met dezelfde uitkomst als bij de voorgaande loting. Geef aan hoe  $X$  verdeeld is, en geef de verwachtingswaarde en variantie van  $X$ .
  - c. Wat is de kans dat bij een lottotrekking alle getrokken nummers verschillend zijn van de nummers van de vorige trekking?
3. Gegeven is dat als er een spanning van  $V$  volt over een weerstand van  $R \Omega$  staat, het opgenomen vermogen  $W$  gelijk is aan  $V^2/R$ . Neem aan dat  $R = 10$  en dat  $V$  een stochastische variabele is. Veronderstel dat  $V$  normaal verdeeld is met  $EV = 0$  en  $\text{var}(V) = 16$ .
  - a. Bepaal  $EW$ .
  - b. Bepaal  $\text{cov}(V, W)$ .
  - c. Zijn  $V$  en  $W$  onafhankelijk? Motiveer uw antwoord.

4. Bij het ophalen van huisvuil in een wijk van 160 woningen wordt begonnen met een lege vuilniswagen met een capaciteit van precies 5000 kg. Het is bekend dat vuilnisbakken naar verwachting 30 kg afval bevatten met een standaardafwijking ( $\sigma$ ) 10 kg. Benader de kans dat er meer dan één vuilniswagen nodig is om alle bakken te legen. Veronderstel hierbij dat alle 160 huishoudens hun vuilnisbak buiten zetten en dat de gewichten van de vuilnisbakken onafhankelijk zijn.

5. Gegeven zijn de discrete stochastische variabelen  $X$  en  $Y$  met simultane kansfunctie

$$P(X = n \text{ en } Y = k) = \begin{cases} \binom{n}{k} \left(\frac{1}{6}\right)^k \left(\frac{1}{3}\right)^{n-k} & k = 0, \dots, n \text{ en } n = 1, 2, \dots, \\ 0 & \text{anders.} \end{cases}$$

- Laat zien dat  $X$  geometrisch verdeeld is met  $EX = 2$ .
- Bepaal de voorwaardelijke kansfunctie van  $Y$  gegeven  $X = 5$ .
- Bepaal  $P(X = 5|Y = 0)$ .

6. Gegeven zijn de onafhankelijke stochastische variabelen  $X$  en  $Y$  met kansdichtheid

$$f_X(t) = f_Y(t) = \begin{cases} 6e^{-6(t-2)} & \text{voor } t \geq 2, \\ 0 & \text{elders.} \end{cases}$$

- Laat zien dat  $2X - 4$  exponentieel verdeeld is met parameter 3.
- Bepaal  $EX$  en  $\text{var}(X)$ .
- Bepaal de kansdichtheid van  $X + Y$ .

Normering:

1	2	3	4	5	6	Totaal
a b c	a b c	a b c	a b c	a b c	a b c	
4	2 3 2	2 2 2	5	2 3 2	2 2 3	36

$$\text{cijfer} = 1 + \frac{\text{aantal behaalde punten}}{4} \text{ (afgerond)}$$

#### Formules

Hypergeometrische verdeling:  $\text{var}(X) = n \frac{R}{N} \left(1 - \frac{R}{N}\right) \frac{N-n}{N-1}$

Geometrische verdeling:  $\text{var}(X) = \frac{1-p}{p^2}$

Erlang verdeling:  $f_X(x) = \frac{\lambda(\lambda x)^{n-1} e^{-\lambda x}}{(n-1)!} \quad (x \geq 0)$

