

Tentamen Kansrekening voor EL (153006)
Donderdag 30 oktober 2008, 9.00-12.00 uur

Dit tentamen bestaat uit 7 opgaven en een tabel.
 Vermeld ook uw studentnummer en studierichting op uw werk en tentamenbriefje.

1. Een firma doet een bod om een groot project binnen te halen. Het management van de firma schat in dat de kans om het project te krijgen 60% is. Na indiening van het bod kan de beoordelende instantie die het project toewijst om extra informatie vragen. Uit het verleden is bekend dat in 75% van de gehonoreerde aanvragen om extra informatie is gevraagd en dat bij de niet gehonoreerde aanvragen in 40% van de gevallen om extra informatie is verzocht. Er wordt om extra informatie gevraagd. Bereken met behulp van dit gegeven de kans dat de aanvraag door de firma voor het project gehonoreerd wordt. Definieer daartoe eerst een aantal relevante gebeurtenissen en geef de gegeven kansen weer in termen van (voorwaardelijke) kansen op die gebeurtenissen.
2. Persoon H beweert helderziend te zijn. Om dit te testen, worden hem 10 dozen getoond met in elke doos een hermetisch afgesloten flesje. De flesjes zijn willekeurig gevuld met olie of met water (steeds met gelijke kans). Persoon H moet per doos zeggen of er olie of water in het flesje zit. Zij X het aantal goede antwoorden. We nemen aan dat H niet helderziend is en per doos willekeurig antwoordt.
 Bepaal $P(X \geq 8)$, $E(X)$ en $\text{var}(X)$.
3. (Het wijnproefprobleem) Een proefpersoon, die totaal geen verstand heeft van wijn, krijgt 6 naamkaartjes van 6 verschillende soorten wijn en moet deze, na proeven, zetten bij 6 glazen (genummerd 1 t/m 6) van deze 6 wijnsoorten.

- a. Wat is de kans dat hij (bij toeval) alle 6 namen juist heeft?

We definiëren nu voor glas $i = 1, 2, \dots, 6$:

$$X_i = \begin{cases} 1 & \text{als hij bij glas } i \text{ de juiste naam zet} \\ 0 & \text{anders} \end{cases}$$

Het aantal juist geplaatste naamkaartjes is dus $S = X_1 + X_2 + \dots + X_6$

- b. Bepaal $P(X_i = 1)$, $E(X_i)$ en $\text{var}(X_i)$
 - c. Zijn X_1, X_2, \dots, X_6 o.o.? Motiveer uw antwoord.
 - d. Bereken $E(S)$, het verwachte aantal juist geplaatste naamkaartjes.
 - e. Bereken $\text{cov}(X_1, X_2)$ en $\text{var}(S)$.
4. De stochastische variabele X bezit een (continue) kansdichtheid f die gegeven wordt door $f(x) = cx^2$ voor $0 \leq x \leq 1$, en $f(x) = 0$ elders
 - a. Toon aan dat $c = 3$.
 - b. Bereken $E(X)$ en $\text{var}(X)$.
 - c. Bepaal de kansdichtheid van $Y = X^2$.

Tentamen Kansrekening voor EL (153006)
Donderdag 30 oktober 2008, 9.00-12.00 uur

Dit tentamen bestaat uit 7 opgaven en een tabel.
 Vermeld ook uw studentnummer en studierichting op uw werk en tentamenbriefje.

1. Een firma doet een bod om een groot project binnen te halen. Het management van de firma schat in dat de kans om het project te krijgen 60% is. Na indiening van het bod kan de beoordelende instantie die het project toewijst om extra informatie vragen. Uit het verleden is bekend dat in 75% van de gehonoreerde aanvragen om extra informatie is gevraagd en dat bij de niet gehonoreerde aanvragen in 40% van de gevallen om extra informatie is verzocht. Er wordt om extra informatie gevraagd. Bereken met behulp van dit gegeven de kans dat de aanvraag door de firma voor het project gehonoreerd wordt. Definieer daartoe eerst een aantal relevante gebeurtenissen en geef de gegeven kansen weer in termen van (voorwaardelijke) kansen op die gebeurtenissen.
2. Persoon H beweert helderziend te zijn. Om dit te testen, worden hem 10 dozen getoond met in elke doos een hermetisch afgesloten flesje. De flesjes zijn willekeurig gevuld met olie of met water (steeds met gelijke kans). Persoon H moet per doos zeggen of er olie of water in het flesje zit. Zij X het aantal goede antwoorden. We nemen aan dat H niet helderziend is en per doos willekeurig antwoordt.
 Bepaal $P(X \geq 8)$, $E(X)$ en $\text{var}(X)$.
3. (Het wijnproefprobleem) Een proefpersoon, die totaal geen verstand heeft van wijn, krijgt 6 naamkaartjes van 6 verschillende soorten wijn en moet deze, na proeven, zetten bij 6 glazen (genummerd 1 t/m 6) van deze 6 wijnsoorten.

- a. Wat is de kans dat hij (bij toeval) alle 6 namen juist heeft?

We definiëren nu voor glas $i = 1, 2, \dots, 6$:

$$X_i = \begin{cases} 1 & \text{als hij bij glas } i \text{ de juiste naam zet} \\ 0 & \text{anders} \end{cases}$$

Het aantal juist geplaatste naamkaartjes is dus $S = X_1 + X_2 + \dots + X_6$

- b. Bepaal $P(X_i = 1)$, $E(X_i)$ en $\text{var}(X_i)$
 - c. Zijn X_1, X_2, \dots, X_6 o.o.? Motiveer uw antwoord.
 - d. Bereken $E(S)$, het verwachte aantal juist geplaatste naamkaartjes.
 - e. Bereken $\text{cov}(X_1, X_2)$ en $\text{var}(S)$.
4. De stochastische variabele X bezit een (continue) kansdichtheid f die gegeven wordt door $f(x) = cx^2$ voor $0 \leq x \leq 1$, en $f(x) = 0$ elders.
 - a. Toon aan dat $c = 3$.
 - b. Bereken $E(X)$ en $\text{var}(X)$.
 - c. Bepaal de kansdichtheid van $Y = X^2$.

5. De simultane kansdichtheid van X en Y wordt gegeven op een driehoekig gebied door $f(x,y) = 8xy$ voor $0 < x < y < 1$ (en $f(x,y) = 0$ elders)
- Bepaal de marginale kansdichtheden $f_X(x)$ en $f_Y(y)$
 - Bereken $E(X)$, $E(Y)$ en $E(XY)$
 - Zijn X en Y o.o.? Motiveer uw antwoord.
 - Bereken de correlatiecoëfficiënt van X en Y .
 - Bereken $P(2X > Y)$.
6. Vlak voor openingstijd van de afdeling burgerzaken op het stadhuis, komt een drietal cliënten binnen die in volgorde van binnenkomst een volgnummer (1, 2 en 3) trekken om geholpen te worden aan een loket. We modelleren hun bedieningsduren aan het loket als onafhankelijke, exponentieel verdeelde stochastische variabelen met een verwachtingswaarde van 5 minuten.
- Stel dat er bij openingstijd één loket opengaat: de wachttijd W van cliënt 3 is dan de som $X_1 + X_2$ van de bedieningsduren van cliënten 1 en 2. Bepaal $E(W)$, $var(W)$ en de kans dat cliënt 3 minder dan 10 minuten moet wachten.
 - Stel dat er bij openingstijd twee loketten opengaan: de wachttijd W van cliënt 3 is dan het minimum van de bedieningsduren van cliënten 1 en 2. Leid de kansdichtheid van W af.
7. De arbeidssatisfactie onder personeelsleden wordt meestal bepaald door hen te vragen voor een aantal aspecten een rapportcijfer (van 1 tot 10) te geven en van die cijfers per persoon het gemiddelde te bepalen. Bij een grootscheeps opgezet arbeidssatisfactie-onderzoek in een groot bedrijf is de gemiddelde arbeidssatisfactiescore van alle personeelsleden bepaald op 7.6 en de standaardafwijking op 1.2.
- Als we de arbeidssatisfactiescore X van een willekeurige werknemer opvatten als een stochastische variabele met verwachting 7.6 en standaardafwijking 1.2, bereken of benader dan de kans dat de gemiddelde arbeidssatisfactiescore van 25 willekeurig gekozen personen boven 8.0 ligt.
 - Onder welke aanname(n) is het antwoord bij a. exact, en onder welke aanname(n) is het een benadering? Waarom?

Formules:

Hypergeometrische verdeling: $var(X) = n(R/N)(1-R/N)(N-n)/(N-1)$
 Geometrische verdeling: $var(X) = (1-p)/p^2$
 Erlang verdeling: $f_X(x) = \lambda(\lambda x)^{n-1} e^{-\lambda x} / (n-1)!$

Normering: (Cijfer= 9* aantal punten/54 + 1)

1	2	3				4			5					6	7		Totaal	
		a	b	c	d	e	a	b	c	a	b	c	d	e	a	b	a	b
④	④	②	③	②	2	4	②	②	3	③	③	1	4	3	5	2	4	1
																		54

Bijlage: N(0,1)-tabel

