

**Kansrekening voor EL(153006)**  
**Dinsdag 18 maart 2003 van 9.00-12.00 uur**

. Dit tentamen bestaat uit 5 opgaven.  
Vermeld uw studentnummer en studierichting op werk en tentamenbriefje.

1. a. De stochastische variabele  $X$  is standaardnormaal verdeeld. Bepaal de kansdichtheid van  $\sqrt[3]{X}$ .  
 b. Bij het invullen van het belastingformulier worden fouten gemaakt, soms opzettelijk. De belastingdienst verdenkt mensen pas van kwade opzet als er twee of meer fouten geconstateerd worden. Van degenen die een belastingformulier invullen, maakt 1% onopzettelijk en 0,1% opzettelijk twee of meer fouten. Als iemand twee of meer fouten maakt, wordt dit met een kans van 99% geconstateerd als ze onopzettelijk gemaakt zijn en met een kans van slechts 50% als ze opzettelijk gemaakt zijn. Bij een willekeurig belastingformulier worden twee of meer fouten ontdekt. Wat is de kans dat deze fouten opzettelijk zijn gemaakt?
  
2. Op de jaarmarkt kan het volgende spel gespeeld worden. Tegen betaling van één euro kun je uit een bak met 10 glazen knikkers, waarvan 4 goudkleurig, drie keer trekken zonder terugleggen. Zitten er bij deze drie getrokken knikkers precies twee gouden dan krijgt men één euro; zijn ze alle drie goud dan krijgt men vier euro.
  - a. Wat is de verwachte winst bij dit spel?
  - b. Men kan ook voor vier euro een kaart kopen waarmee je vier keer achter elkaar mag spelen. De getrokken knikkers worden na elk spel weer in de bak teruggelegd. Als men geen van deze vier keer geld heeft gewonnen, krijg je de vier euro terug. Bepaal ook nu de verwachte winst.
  
3. Gegeven zijn de stochastische variabelen  $X$  en  $Y$  met simultane kansdichtheid
 
$$f_{X,Y}(u, v) = \begin{cases} 4(u + v + 2)^{-3} & u \geq 0 \text{ en } v \geq 0, \\ 0, & \text{elders.} \end{cases}$$
  - a. Bepaal  $f_X(u)$  (de marginale kansdichtheid van  $X$ ).
  - b. Zijn  $X$  en  $Y$  onafhankelijk? (Motiveer uw antwoord)
  - c. Definieer  $Z = X + Y$ . Bepaal  $f_Z(t)$  (de kansdichtheid van  $Z$ ).

4. Bij het invoeren van computercode worden tikfouten gemaakt. Laat  $X$  het aantal tikfouten per regel zijn. Veronderstel dat  $X$  een Poisson verdeling heeft met  $EX = 0,01$  en dat het aantal tikfouten in een regel onafhankelijk is van het aantal tikfouten in andere regels.
- Bepaal de kans dat er in 100 willekeurige regels geen tikfout staat. Nadat een programma van 1000 regels getypt is wordt het gecompileerd. Tikfouten worden onafhankelijk van elkaar met kans  $\frac{9}{10}$  door de compiler geconstateerd. Deze fouten worden (foutloos) gecorrigeerd.
  - Wat is het verwachte aantal (nog) aanwezige tikfouten nadat de compiler het programma goedgekeurd heeft.
  - Bepaal de kans dat er na correctie nog meer dan 1 regel tikfouten bevat.
5. Op een productie-afdeling in een fabriek worden acht uur per dag apparaten gemaakt. Het assembleren van zo'n apparaat kost 3 tot 9 minuten. De variatie in assemblageduur wordt niet door mensen veroorzaakt maar door de machines. We nemen aan dat  $X_i$ , de assemblageduur van apparaat 'i', uniform verdeeld is op het interval  $[3,9]$  en dat de assemblageduren onderling onafhankelijk zijn. De totale assemblagetijd van  $n$  producten geven we aan met  $S_n$  (dus  $S_n = \sum_{i=1}^n X_i$ ).
- Bepaal  $EX_1$  en  $\text{var}(X_1)$ .  
Als het vorige onderdeel niet is gelukt, neem dan in de rest van het vraagstuk aan dat  $EX_1 = 6\frac{1}{3}$  en  $\text{var}(X_1) = 1/3$ .
  - Druk  $E(S_n)$  en  $\text{var}(S_n)$  uit in  $n$ .
  - Bepaal  $\rho(S_n, S_{n+1})$ .
  - De directie besluit dat een productie van 75 apparaten per dag (van in principe 8 uur werken) gewenst is. Zij geven de werknemers dan ook vrij als dit streefaantal bereikt is; als na de 8 uur het gewenste aantal nog niet bereikt is, moet er overgewerkt worden. Benader de kans dat de werknemers op een willekeurige dag moeten overwerken in termen van de standaardnormale verdelingsfunctie  $\Phi(t)$  met  $t \geq 0$ .

Normering:

1	2	3	4	5	Totaal
a b	a b	a b c	a b c	a b c d	
3 3	3 3	1 2 3	1 2 2	2 2 2 3	32

$$\text{cijfer} = 1 + 9 \frac{\text{aantal behaalde punten}}{32} \text{ (afgerond)}$$