

**Kansrekening voor EL (153006)**  
**Maandag 27 januari 2003 van 13.30-16.30**

**Dit tentamen bestaat uit 6 opgaven**  
**Vermeld uw studentnummer op werk en tentamenbriefje**

1. Een spel bestaat uit 4 rode, 4 groene, 4 blauwe en 4 gele kaarten. Uit dit kaartspel trekt men willekeurig, zonder teruglegging, 3 kaarten.
  - (a) Bepaal de kans dat er alleen rode kaarten worden getrokken.
  - (b) Bepaal de kans dat er precies twee kleuren worden getrokken.
  
2. We hebben per ongeluk een niet zuivere dobbelsteen bij 4 wel zuivere dobbelstenen in een doos gedaan. De dobbelstenen zien er hetzelfde uit. De kans dat je bij de niet zuivere dobbelsteen  $k$  ogen werpt is gelijk aan  $k/21$  voor  $k = 1, \dots, 6$ . We pakken nu één van de dobbelstenen en gaan met deze dobbelsteen werpen.
  - (a) Bereken de kans dat we de eerste keer een '6' werpen.
  - (b) We werpen de dobbelsteen drie keer en krijgen drie maal een '6'. Bereken de kans dat we de niet zuivere dobbelsteen gepakt hebben.
  
3. We hebben de niet zuivere dobbelsteen uit de vorige opgave gevonden en werpen er twee maal mee. Zij  $X_1$  en  $X_2$  het aantal geworpen ogen bij de eerste respectievelijk tweede worp, dus  $P(X_1 = i) = P(X_2 = i) = \frac{i}{21}$ .
  - (a) Bereken  $P(X_1 + X_2 = 6)$ .
  - (b) Bereken  $E(X_1 + X_2)$  en  $\text{var}(X_1 + X_2)$ .
  
4. Gegeven is de stochastische variabele  $X$  met een standaardnormale verdeling. Definieer  $T = (X - 3)^2$ . Bepaal de kansdichtheid  $f_T(u)$  en  $ET$ .

5. Bij een drukke spoorwegovergang komen auto's en treinen aan. Gebleken is dat de tijdsduren (in minuten) tussen aankomsten van auto's exponentieel verdeeld zijn met een verwachting van  $\frac{1}{4}$  (minuut). Geef de tussentijden aan met  $T_1, T_2, \dots$  en veronderstel dat ze onderling onafhankelijk zijn. Treinen arriveren zeer regelmatig om de 15 minuten. Elke keer dat een trein passeert zijn de spoorbomen gedurende één minuut gesloten. Auto's die arriveren als de spoorbomen gesloten zijn, blijven wachten tot de bomen weer open gaan.

- (a) Geef de kansdichtheid van  $T_1$  en  $\text{var}(T_1)$ .
- (b) Op een gegeven moment gaan de spoorbomen dicht. Geef de verdeling van de tijd  $X$  die we vanaf dat moment moeten wachten tot er een auto aankomt.
- (c) Bepaal de kans dat er na het passeren van een trein minimaal twee auto's staan te wachten.

6. Bij het versturen van televisiebeelden per (snelle) telefoonlijn moeten er 60 beelden per seconde worden verzonden. Dit is mogelijk met goede compressietechnieken. Nadeel van het comprimeren is dat de verzendtijden van de beelden niet gelijk zijn. Zij  $V_i$  de benodigde verzendtijd van beeld  $i$  met  $i = 1, 2, \dots$ . De verzendtijden van beelden zijn onderling onafhankelijk en uniform verdeeld op  $[11, 21]$  (msec). We willen de kans weten dat gedurende een seconde niet het benodigde aantal beelden wordt verzonden. Deze kans is gelijk aan  $P(\sum_{i=1}^{60} V_i > 1000)$ . Zij  $S = \sum_{i=1}^{60} V_i$ .

- (a) Geef  $E(S)$  en  $\text{var}(S)$ .
- (b) Gebruik de Centrale Limiet Stelling om  $P(S > 1000)$  te benaderen in termen van de standaardnormale verdelingsfunctie  $\Phi(t)$  met  $t \geq 0$ .

1		2		3		4	5			6		totaal
a	b	a	b	a	b		a	b	c	a	b	
2	2	1	3	2	2	4	2	1	3	1	4	27

Eindcijfer:  $\frac{\text{Totaal}}{3} + 1$  (afgerond)