

Kansrekening voor EL(D2 en HBO)(153006)
Maandag 28 januari 2002 van 13.30-16.30 uur

Dit tentamen bestaat uit 6 opgaven en de $N(0, 1)$ -tabel.
 Vermeld uw studentnummer en studierichting op werk en tentamenbriefje.

1. Volgens een gynaecoloog blijken 6 van de 10 vrouwen, die volgens een bepaalde "thuis-test" zwanger zijn, helemaal niet zwanger te zijn. Maar volgens de producent is het resultaat van de test bij niet-zwangere vrouwen in 90% en bij zwangere vrouwen in 100% van de gevallen juist.
 Bepaal de kans p , dat een willekeurige gebruiker van de test zwanger is, als de beweringen van gynaecoloog en producent beide waar zijn. Definieer daartoe eerst een aantal relevante gebeurtenissen en geef de voorwaardelijke kansen in termen van deze gebeurtenissen.

2. Persoon H beweert helderziend te zijn. Om dit te testen, worden hem 10 dozen getoond met in elke doos een hermetisch afgesloten flesje. De flesjes zijn willekeurig gevuld met olie of met water. Persoon H moet per doos zeggen of er olie of water in het flesje zit. Zij X het aantal goede antwoorden. Bij zowel a) als b) nemen we aan dat H niet helderziend is en per doos willekeurig antwoordt.
 - a. Bepaal $P(X \geq 8)$, EX en $\text{var}(X)$.
 - b. Aan H wordt nu gezegd dat er in precies 5 dozen een flesje met olie staat (en in de andere 5 dozen dus een flesje met water). Hij zegt bij 5 dozen dat er een flesje olie zit. Bepaal ook in dit geval $P(X \geq 8)$.

3. Gegeven is dat als er een spanning van V volt over een weerstand van $R \Omega$ staat, het opgenomen vermogen W gelijk is aan V^2/R . Neem aan dat $R = 10$ en dat V een stochastische variabele is. Veronderstel dat V normaal verdeeld is met $EV = 0$ en $\text{var}(V) = 16$.
 - a. Bepaal EW .
 - b. Bepaal $\text{cov}(V, W)$.
 - c. Zijn V en W onafhankelijk? Motiveer uw antwoord.

4. Bij het ophalen van huisvuil in een wijk van 160 woningen wordt begonnen met een lege vuilniswagen met een capaciteit van precies 5000 kg. Het is bekend dat vuilnisbakken naar verwachting 30 kg afval bevatten met een standaardafwijking (σ) 10 kg. Benader de kans dat er meer dan één vuilniswagen nodig is om alle bakken te legen. Veronderstel hierbij dat alle 160 huishoudens hun vuilnisbak buiten zetten en dat de gewichten van de vuilnisbakken onafhankelijk zijn.

5. Gegeven zijn de discrete stochastische variabelen X en Y met simultane kansfunctie

$$P(X = n \text{ en } Y = k) = \begin{cases} \binom{n}{k} \left(\frac{1}{6}\right)^k \left(\frac{1}{3}\right)^{n-k} & k = 0, \dots, n \text{ en } n = 1, 2, \dots, \\ 0 & \text{anders.} \end{cases}$$

- Laat zien dat X geometrisch verdeeld is met $EX = 2$.
- Bepaal de voorwaardelijke kansfunctie van Y gegeven $X = 4$.
- Bepaal $P(X = 4|Y = 0)$.

6. Gegeven zijn de onafhankelijke stochastische variabelen X en Y met kansdichtheid

$$f_X(t) = f_Y(t) = \begin{cases} 6e^{-6(t-2)} & \text{voor } t \geq 2, \\ 0 & \text{elders.} \end{cases}$$

- Laat zien dat $2X - 4$ exponentieel verdeeld is met parameter 3.
- Bepaal EX en $\text{var}(X)$.
- Bepaal de kansdichtheid van $X + Y$.

Normering:

1	2	3	4	5	6	Totaal
	a b	a b c		a b c	a b c	
4	2 2	2 2 1	5	2 2 2	1 2 3	30

$$\text{cijfer} = 1 + 3 \frac{\text{aantal behaalde punten}}{10} \text{ (afgerond)}$$