Faculteit der Toegepaste Wiskunde

Kenmerk: TW98/ST-008/jkvo
Datum: 21 januari 1998

Universiteit Twente

Kansrekening voor EL (D en HBO)(153006)
Vrijdag 23 januari 1998 van 9.00-12.00 uur

Dit tentamen bestaat uit 6 opgaven. Vermeld uw studentnummer en studierichting op werk en tentamenbriefje.

1. a. Gegeven is dat $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{1}{4}$ en $P(A|B) = \frac{1}{5}$. Bepaal $P(B|\overline{A})$. $\frac{3}{10}$
   b. Voor de stochastische variabelen X en Y geldt dat var(X)=1, var(Y)=7 en cov(X,Y)=$\frac{3}{2}$. Bepaal $\rho(X, 3X+Y)$. $9/10$
   c. De stochastische variabele X is standaardnormaal verdeeld. Bepaal de kansdichtheid van $Y = \sqrt{|X|}$.
   $$\begin{cases} \frac{4y}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}y^4} & y > 0 \\ 0 & y \leq 0 \end{cases}$$

2. Bij het typen van een dictaat worden veel fouten gemaakt. Noem het aantal typefouten op een pagina X en veronderstel dat X een Poisson verdeling heeft met $EX = 3$.
   a. Bepaal de kans dat op een willekeurige pagina typefouten staan. $1 - e^{-3}$
   Nadat een bladzij getypt is wordt de bladzij door de docent bekeken. De docent merkt een typefout met kans $\frac{9}{10}$ onafhankelijk van het wel of niet constateren van andere fouten. Een opgemerkte typefout wordt verbeterd.
   b. Bepaal de kans dat er na correctie door de docent en de verbetering nog typefouten op een willekeurige pagina staan. $1 - e^{-3/10}$
   c. Als de typefout is gecorrigeerd bekijkt de docent opnieuw alle pagina's. Wederom worden de door hem gevonden fouten hersteld. Bepaal de kans dat er ook na deze correctieronde nog fouten op een willekeurige pagina staan waarbij men moet veronderstellen dat eventuele niet herstelde typefouten weer met kans $\frac{9}{10}$ worden opgemerkt onafhankelijk van de andere.
   $1 - e^{-3/100}$

3. Op de kermis kan het volgende spel gespeeld worden: uit een bak met 10 glazen knikkers waarvan 4 goudkleurig, kun je, tegen betaling van een rijksdaalder, drie keer trekken zonder terugleggen. Zitten er bij deze drie getrokken knikkers 2 of meer gouden dan krijgt men de rijksdaalder terug; zijn ze alle drie goudkleurig dan krijgt men bovendien nog 25 gulden.
   a. Wat is de verwachte winst bij dit spel? $-5/6$
   b. Men kan ook een kaart kopen (voor een tientje) waarmee je vier keer achter elkaar mag spelen. De getrokken knikkers worden na elk spel weer in de bak teruggelegd. Als men geen van deze vier keer geld heeft gewonnen, krijg je het tientje terug. Bepaal ook nu de verwachte winst. $-\frac{110}{81}$

Z.O.Z

4. De kwaliteit van wol wordt ondermeer bepaald door de lengte van de schapenharen. De leverancier van wol vertelt ons dat de lengte van een schapenhaar een verwachtingswaarde van 10 cm heeft met een standaardafwijking van 2 cm. Wij gaan 100 willekeurige haren bekijken en zijn geïnteresseerd in de kans dat de gemiddelde lengte kleiner is dan 9,5 cm. Benader deze kans m.b.v. de Centrale Limiet Stelling in termen van de standaardnormale verdelingsfunctie $\Phi(x)$ met $x \geq 0$.

seconde

5. Bij het analyseren van het verkeer op rijstrook blijkt dat de tijd tussen twee auto's exponentieel verdeeld is met verwachtingswaarde 2. Veronderstel dat de tussentijden onderling onafhankelijke stochastische variabelen zijn. Noem de tussentijd tussen de eerste en tweede auto die voorbij komen L_1, tussen de tweede en derde auto L_2 etc.
   a. Geef de kansdichtheid van L_1. $\begin{cases} \frac{1}{2} e^{-\frac{1}{2}t} & t > 0 \\ 0 & t \leq 0 \end{cases}$
   b. Om over te steken heeft een kind minimaal 6 seconde nodig. Bereken de kans dat het gelijk na de eerste auto kan oversteken. e^{-3}
   c. Bepaal de verwachtingswaarde van het aantal auto's dat passeert voordat het kind kan oversteken. e^{3}

6. Gegeven zijn de twee stochastische variabelen X en Y met simultane kansdichtheid

$$f_{X,Y}(u,v) = \begin{cases} \frac{3}{8}(u^2 + v^2), & -1 \leq u \leq 1 \text{ en } -1 \leq v \leq 1, \\ 0, & \text{elders.} \end{cases}$$

   a. Bepaal de marginale kansdichtheid van X. $\begin{cases} \frac{3}{4} u^2 + \frac{1}{4} & \text{als } -1 \leq u \leq 1 \\ 0 & \text{als } u < -1 \text{ of } u > 1 \end{cases}$
   b. Bepaal $P(X + Y \leq 1)$. $13/16$

Normering:

1			2			3		4	5			6		Totaal
a	b	c	a	b	c	a	b		a	b	c	a	b	
2	3	3	1	2	3	3	3	5	1	1	2	2	2	33

$$\text{cijfer} = 1 + 9\,\frac{\text{aantal behaalde punten}}{33} \text{ (afgerond)}$$