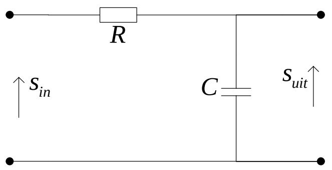
IEEE deeltijdtoets 3

Filters

Vraag 1

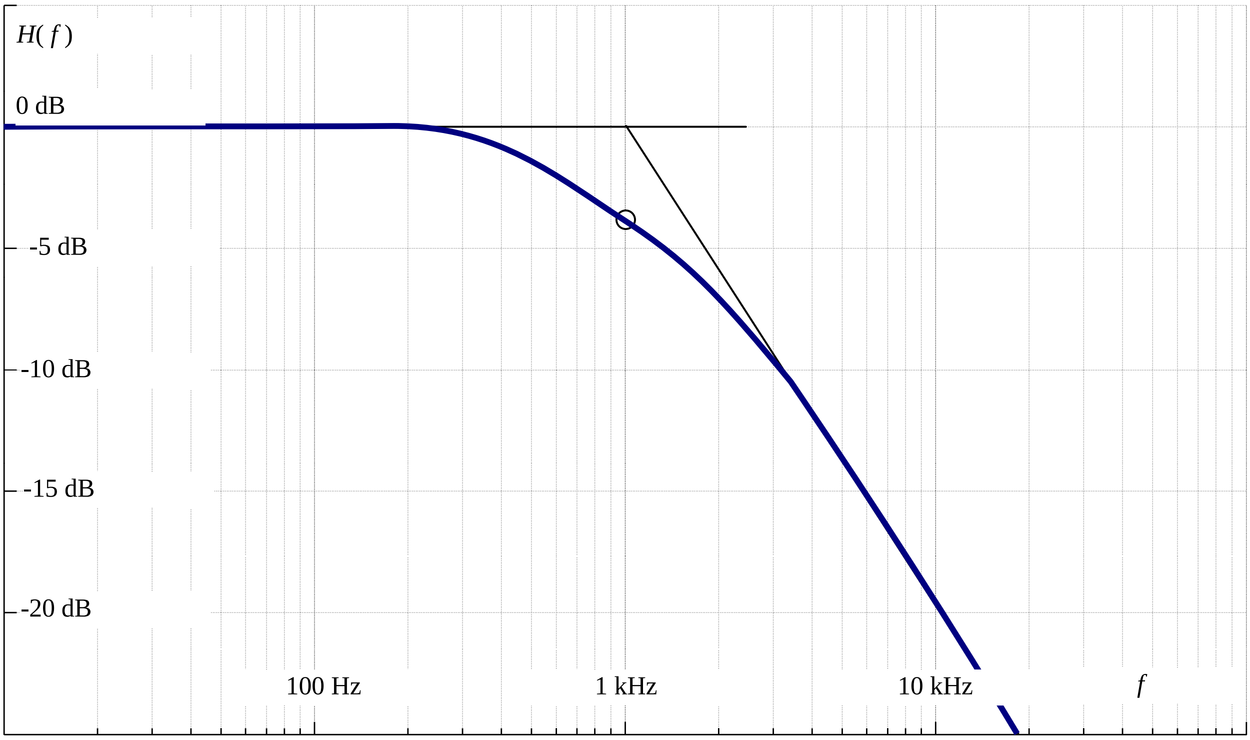


Gegeven bovenstaand RC-filter.

a) Is dit een hoogdoorlaatfilter, een laagdoorlaatfilter, een banddoorlaatfilter, of een bandsperrend filter? Verklaar je antwoord.
b) Is dit een actief of een passief filter? Verklaar je antwoord.
c) Er geldt: $R = 10\ \text{k}\Omega$ en $C = 16\ \text{nF}$. Bereken de afsnijfrequentie f_{cut}.
d) Hoe groot is de fasedraaiing voor frequenties die zeer laag zijn t.o.v. f_{cut}? Verklaar.
e) Schets op bijgevoegd tekenpapier de amplitudekarakteristiek op een dB-schaal en met een logaritmische schaal voor de frequentie as. Teken daarvoor eerst:
   - De twee asymptoten
   - De overdracht bij f_{cut}

a) Laagdoorlatend. Voor lage frequenties is de C als het ware open, zodat $s_{uit} = s_{in}$. Voor hoge frequenties is de C als het ware een kortsluiting, zodat $s_{uit} = 0$.
b) Passief. Er zijn geen versterkers of andere actieve onderdelen die een voeding vereisen.
c) Er geldt: $f_{cut} = 1/(2\pi RC) \approx 1\ \text{kHz}$.
d) 0^{o}. Immers voor lage frequentie is C als het ware open, zodat $s_{uit} = s_{in}$.
e) De twee asymptoten zijn:
   - Voor lage frequenties: 0 dB.
   - Voor hoge frequenties: een schuine lijn met helling – 6 dB/octaat, die de eerste asymptoot snijdt bij f_{cut}.
   - Bij f_{cut} is de overdracht – 3dB.

   Dit levert het volgende plaatje op:



Vraag 2
De overdrachtsfunctie van een tweede orde filter is gegeven door:

$$H(f) = \frac{ff_0}{\sqrt{((f^2 - f_0^2)^2 + (2f\,f_0\zeta)^2}}$$

Hierin is f_0 de natuurlijke frequentie, en ζ de relatieve demping.

a) Wat is het asymptotische gedrag voor zowel lage als hoge frequenties? M.a.w. geef een goede benadering voor $H(f)$ voor $f << f_0$ en voor $f >> f_0$.
b) Is dit een hoogdoorlatend filter, een laagdoorlatend filter, of een banddoorlatend filter? Verklaar je antwoord.
c) Hoe steil zijn (uitgedrukt in dB/octaaf) de asymptoten van dit tweede orde filter?
d) Geef een uitdrukking voor de overdracht bij $f = f_0$.
e) Stel dat $\zeta = 1/10$. Schets op bijgevoegd tekenpapier de amplitudekarakteristiek op een dB-schaal en met een logaritmische schaal voor de frequentie as. Teken daarvoor eerst:
   - De twee asymptoten
   - De overdracht bij f_0

a) asymptotische gedrag voor $f << f_0$:

$$\frac{ff_0}{\sqrt{((f^2 - f_0^2)^2 + (2f\,f_0\zeta)^2}} \approx \frac{ff_0}{\sqrt{((0 - f_0^2)^2 + (2f\,f_0\zeta)^2}} \approx \frac{ff_0}{\sqrt{f_0^4 + (2f\,f_0\zeta)^2}} \approx \frac{ff_0}{\sqrt{f_0^4}} \approx \frac{f}{f_0}$$

asymptotisch gedrag voor $f >> f_0$:

$$\frac{ff_0}{\sqrt{((f^2 - f_0^2)^2 + (2f\,f_0\zeta)^2}} \approx \frac{ff_0}{\sqrt{((f^2 - 0)^2 + (2f\,f_0\zeta)^2}} \approx \frac{ff_0}{\sqrt{f^4 + (2f\,f_0\zeta)^2}} \approx \frac{ff_0}{\sqrt{f^4}} \approx \frac{f_0}{f}$$

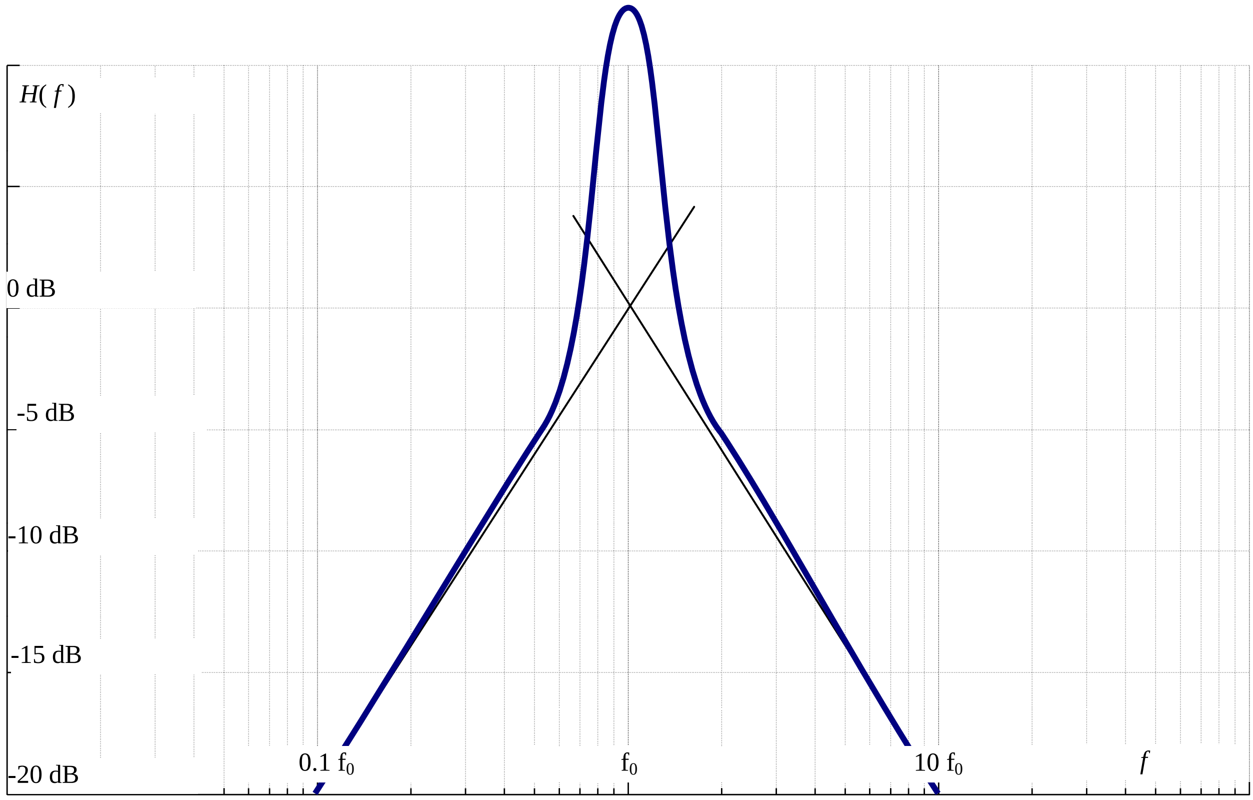
b) Banddoorlatend. Immers voor lage frequentie neemt de amplitudeoverdracht toe; bij hoge frequenties neemt deze weer af. Ergens daartussenin moet een maximum zitten.

c) laag frequent: +6 dB/octaaf. hoog frequent: -6 dB/octaaf.

d) Bij $f = f_0$ geldt:

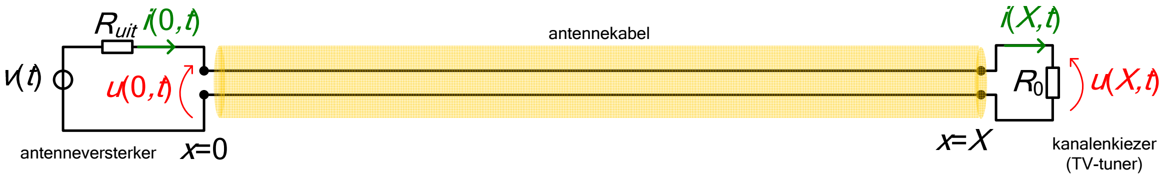
$$H(f_0) = \frac{f_0 f_0}{\sqrt{((f_0^2 - f_0^2)^2 + (2 f_0 f_0 \zeta)^2}} = \frac{f_0^2}{\sqrt{(2 f_0^2 \zeta)^2}} = \frac{1}{2\zeta}$$

e) $H(f_0) = 1/2\zeta = 5 \quad = \quad 10/2 \quad \triangleq \quad 20\text{ db} - 6\text{ dB} = 14\text{ dB}$



Golven

Vraag 3
We beschouwen een antennekabel met een karakteristieke impedantie van Z_0. De kabel wordt aangesloten op een antenneversterker in de meterkast. De uitgangsspanning van de antenneversterker is $v(t)$. De uitgangsweerstand van de antenneversterker is R_{uit}. De kabel heeft een lengte van $X = 15\ \mathrm{m}$, en wordt aan de andere kant aangesloten op een kanalenkiezer van een TV. Deze heeft een ingangsweerstand van R_0. De kabel is dus afgesloten met R_0. De situatie is zoals getekend in onderstaande figuur:



a) De spanning $v(t)$ aan de uitgang van de antenneversterker wekt een heengaande stroomgolf op in de kabel die voorgesteld wordt door $F(ct-x)$. De kabel is zodanig dat de voortplantingssnelheid gelijk is aan de halve lichtsnelheid. Dus $c = 1.5\times10^8\ \mathrm{m/s}$. Hoe groot is de vertragingstijd in de kabel? M.a.w. hoe lang zou een pulsje er over doen om eenmalig de afstand tussen versterker en kanalenkiezer te overbruggen?

b) Stel dat er geen teruglopende stroomgolf is, dan is wordt de stroomgolf geheel beschreven met $i(x,t) = F(ct-x)$. Er gaat dan ook een spanningsgolf $u(x,t)$ lopen. Geef een uitdrukking voor $u(x,t)$ in termen van $F(ct-x)$ en Z_0.

c) Stel dat de kanalenkiezer de kabel totaal niet belast. D.w.z. R_0 is oneindig groot (het uiteinde van de kabel is *open*). Hoe groot is dan de stroom $i(X,t)$ ter plaatse van de afsluitweerstand?

d) De algemene oplossing voor een transmissielijn is de som van een heengaande en teruglopende stroomgolf:

$$i(x,t) = F(ct-x) + G(ct+x)$$

Hoe groot is de teruglopende stroomgolf ter plaatse van de afsluiting, $x = X$, als de kabel nog steeds een open uiteinde heeft?

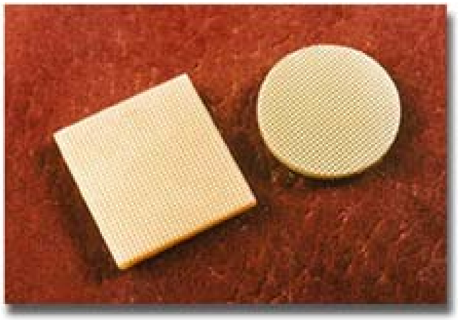
e) Bij een open uiteinde van de kabel wekt de heengaande stroomgolf een teruglopende stroomgolf op. Deze komt na verloop van tijd weer aan bij de antenneversterker. Stel dat $R_{uit} = Z_0$. Wat gebeurt er dan met deze teruglopende golf bij $x = 0$?

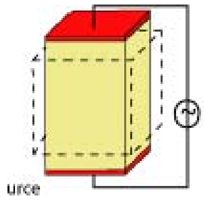
f) Stel dat het uiteinde nog steeds open is ($R_0 \to \infty$) en dat R_{uit} **niet** gelijk is aan Z_0. Stel dat er op $t = 0$ een kort pulsje van $10\ \mathrm{ns}$ wordt uitgezonden door de antenneversterker. Op welke tijdstip (of tijdstippen) verschijnt dit pulsje op de ingang van de kanalenkiezer?

a) $\tau = X/c = 100\ \mathrm{ns}$
b) $Z_0 F(ct-x)$
c) $i(X,t) = 0$
d) $G(ct+X) = -F(ct-X)$
e) Deze wordt daar geabsorbeerd in R_0 en er komt geen weerkaatsing van deze golf.
f) Er volgt dan een echo op een echo op een echo etc. De puls is te zien op tijdstippen 100 ns, 300 ns, 500 ns, etc.

Vraag 4

Het meten van de dikte van metaalplaten, bijvoorbeeld scheepswanden, kan m.b.v. ultrasone technieken. Hiertoe worden piezoelectric transducers (zie foto hiernaast) gebruikt. Dat zijn blokjes bestaande uit kristalvormig, keramisch materiaal dat de eigenschap heeft dat het onder invloed van een elektrisch signaal in trilling gebracht kan worden. Het is een soort luidspreker dus, maar dan voor ultrasoon geluid.





Door dit blokje contact te laten maken met de metaalplaat bouwt men een geluidsgolf op in het metaal. Zo'n golf wordt aan de andere kant van de plaat gereflecteerd en komt weer als echo terug bij het piëzo-elektrisch kristal. Deze echo kan met het kristal waargenomen worden (het kristal werkt ook als microfoon). De vertragingstijd van de echo is een maat voor de dikte van het metaal.

Bij een contactvlak tussen twee media met akoestische impedanties Z_0 resp. Z_1 is het verband tussen heengaande en teruggaande golf gegeven door:

$$G(ct+X)=\frac{Z_0-Z_1}{Z_0+Z_1}F(ct-X)$$

Hierin stellen $F(\cdot)$ en $G(\cdot)$ de lokale deeltjessnelheid voor in het eerste medium. De akoestische impedantie van een kristal is gelijk aan: $Z_{kristal}=10^7\ \text{kg/m}^2 s$ is. De akoestische impedantie van staal is ca. $Z_{staal}=5\times 10^7\ \text{kg/m}^2\text{s}$.

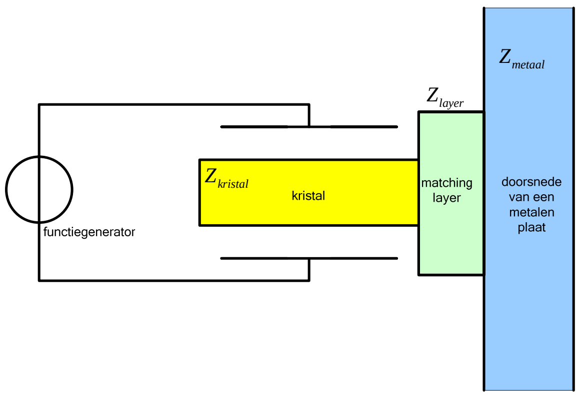
a) Welk deel van de in het kristal opgewekte snelheidsgolf wordt direct bij het contactvlak weer terug in het kristal gereflecteerd? (Gebruik bovenstaande expressie, en vul de waarde voor $Z_{kristal}$ en Z_{metaal} in).

Een heengaande snelheidsgolf $F(ct-x)$ gaat altijd gepaard met een gelijk oplopende drukgolf $Z_{kristal}F(ct-x)$. Daarmee stroomt er vermogen met de golf mee dat gelijk is aan $Z_{kristal}F^2(ct-x)$. De gereflecteerde snelheidsgolf $G(ct+x)$ gaat gepaard met een drukgolf $-Z_{kristal}G(ct+x)$. Het daarmee terugstromend vermogen is $Z_{kristal}G^2(ct+x)$.

b) Welk gedeelte van het heengaande vermogen wordt ter plaatse van het contactvlak weer gereflecteerd? (Geef een uitdrukking voor dit gedeelte in termen van $Z_{kristal}$ en Z_{metaal}, en reken vervolgens uit hoe groot dit gedeelte dan is).

c) Welk gedeelte van het heengaande vermogen komt dan uiteindelijk in het metaal terecht? (Hint: pas de wet van behoud van energie toe).

Om te zorgen dat er meer vermogen het metaal indringt past men vaak een zogenaamde *matching layer* toe. Dat is een dun strookje materiaal met een akoestische impedantie Z_{layer}. Men noemt deze techniek *akoestische aanpassing*. Zie figuur.



d) Leg uit waarom het toepassen van zo'n matching layer kan zorgen voor een groter vermogen dat het metaal indringt. Wat zou zo ongeveer een geschikte waarde van Z_{layer} kunnen zijn?

a) $G(ct+X)=\dfrac{Z_0-Z_1}{Z_0+Z_1}F(ct-X)=\dfrac{-4}{6}F(ct-X)$. Dus 2/3 deel komt terug.

b) Het vermogen van de heengaande golf is $Z_0F^2(ct-X)$. Van de teruggaande golf is dat $Z_0G^2(ct+X)=Z_0\left(\dfrac{-2}{3}\right)^2F^2(ct-X)$. Er komt dus $(2/3)^2=4/9$ deel terug.

c) Er blijft dan nog 5/9 deel over dat in het metaal dringt.

d) Door de overgang van $Z_{kristal}$ naar Z_{metaal} geleidelijk te laten verlopen wordt er minder weerkaatst. Een geschikte waarde van Z_{layer} ligt tussen $Z_{kristal}$ en Z_{metaal} in. Zouden we bijvoorbeeld $Z_{layer}=2Z_{kristal}$ kiezen dan is het vermogens deel dat de layer in gaat:

$$1-\left(\frac{Z_{kristal}-Z_{layer}}{Z_{kristal}+Z_{layer}}\right)^2=1-\left(\frac{-1}{3}\right)^2=\frac{8}{9}$$

Het deel dat vanaf de layer het metaal indringt is:

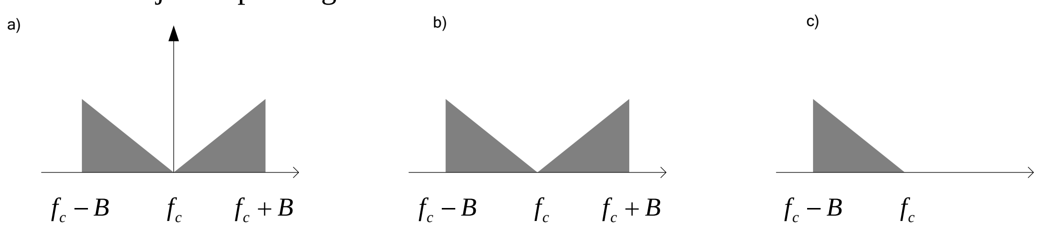
$$1-\left(\frac{Z_{layer}-Z_{metaal}}{Z_{layer}+Z_{metaal}}\right)^2=1-\left(\frac{-3}{7}\right)^2=\frac{40}{49}$$

zodat het er totaal $\dfrac{8}{9}\times\dfrac{40}{49}=\dfrac{320}{441}\approx 0.73$ van het vermogen nuttig wordt gebruikt. Dat is groter dan $5/9\approx 0.56$.

Modulatie

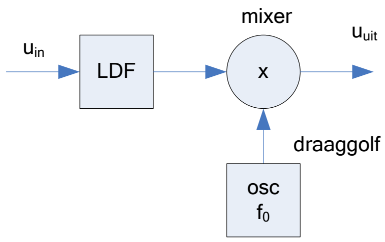
Vraag 5

Hieronder zijn de spectra getekend van drie verschillende AM modulatietechnieken:



a) De betreffende technieken zijn: AM met draaggolf (I), AM-SC (II) en AM-SSB (III). Geef per spectrum aan bij welke techniek deze behoort. Geef per spectrum een korte toelichting.
b) Geef voor elke techniek een voordeel en een nadeel.
c) Stel we willen m.b.v. een mixer (multiplier), een oscillator, eventuele filters en eventueel nog andere elektronische functies een AM-SC zender bouwen die in staat is om een geluidsignaal om te zetten in een radiosignaal met een band rondom 1000 kHz. De beschikbare kanaal-bandbreedte is 20 kHz. Het oorspronkelijke signaal heeft een bandbreedte van 0 tot 15 kHz maar er moet hier misschien iets van opgeofferd worden om de techniek mogelijk te maken. Teken een blokdiagram waarmee dit gerealiseerd kan worden.
d) Op welk frequentie moet de oscillator werken? Hoe moeten de eventuele filters gekozen worden (afsnijfrequentie(s))?

a) I: AM met draaggolf (je ziet de draaggolf als pijl).
   II: AM-SC (twee zijbanden zonder drager).
   III: AM-SSB (1 zijband is onderdrukt).
b) AM met draaggolf: nadeel: veel vermogen in draaggolf. voordeel: gemakkelijk te demoduleren met een omhullende detector.
   AM-SC. Nadeel: 2 zijbanden. Voordeel geen vermogensverlies in de draaggolf
   AM-SSB. Nadeel: wat moeilijker te realiseren; storingsgevoeliger dan AM-SC. Voordeel: minimale bandbreedte vereist.

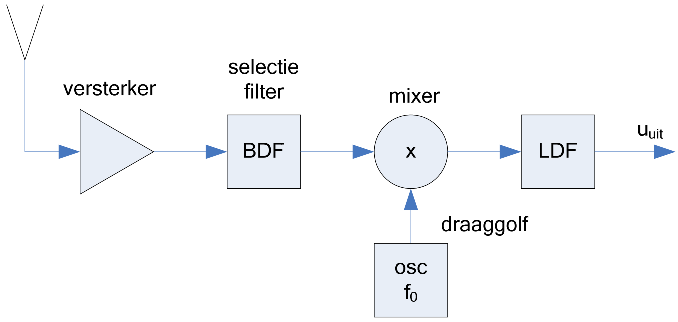


c)
d) Het LDF moet zorgen dat de bandbreedte aangepast wordt aan die van het kanaal (20 kHz). Omdat bij AM-SC de dubbele bandbreedte wordt gebruikt met de afsnijfrequentie van het LDF dus 10 kHz bedragen. De draaggolf moet op 1000 kHz werken, zodat het uiteindelijke radiosignaal uitgezonden wordt vanaf 990 kHz tot 1010 kHz.

Vraag 6

Stel we willen nu een ontvanger bouwen dat geschikt is voor bovenomschreven AM-SC zender. Het radiosignaal wordt met een antenne opgevangen temidden van naburige kanalen. Dit antennesignaal is zeer zwak.

Teken een mogelijk blokdiagram van deze ontvanger. (Er zijn meerdere blokschema's mogelijk; kies er zelf maar eentje). Bepaal zelf welke onderdelen (oscillators, filters, mixers, versterkers) u wilt gebruiken. Beschrijf bij elk onderdeel waarvoor het dient. Geef voor een eventuele oscillator aan op welke frequentie deze moet oscilleren. Geef voor eventuele filters aan wat voor type het is en wat de afsnijfrequentie(s) is/zijn.



Het zwakke antennesignaal moet eerst versterkt worden. Vervolgens kan eventueel met een selectiefilter het betreffende kanaal geselecteerd worden. De bandbreedte loopt van 990 kHz tot 1010 kHz. De afstemfrequentie is f_0 = 1000 kHz. Na mixing moet het hoogfrequent gedeelte weg gefilterd worden. Een LDF met f_{cut} is 10 kHz. is voldoende.

Opmerking: met een ideale mixer is het BDF niet nodig. Immers alle naburige kanalen zullen door zuivere mixing niet kunnen doordringen in het laagfrequente gebied van 0 tot 10 kHz. Het weglaten van dit BDF is op zich dus een goede oplossing. Maar een betere oplossing is om toch een BDF toe te passen. In de praktijk produceert een mixer naast het gewenste product axy ook nog andere signaalcomponenten: bxy^2, cx^2y, etc waarbij b en c kleine constanten zijn. Met het BDF wordt voorkomen dat deze componenten in het laagfrequente gebied kunnen doordringen.