Toets 2 IEEE, Modules 3 t/m 5

Datum: 14 oktober 2008
Tijd: 8.30 – 10.00 (90 minuten)

- Het gebruik van een rekenmachine is niet toegestaan.
- Deze toets telt 9 opgaven en een bonusopgave.
- Werk systematisch en schrijf de tussenstappen (zo veel mogelijk) op. Hier krijg je namelijk altijd punten voor ook al is je eindantwoord fout.
- Lees alle opgaven eerst goed door! Verdeel je tijd goed over alle opgaven en blijf niet te lang hangen bij een opgave.
- Let op het (correct) gebruik van eenheden. Deze vergeten is puntenaftrek

Succes!

Hieronder staat de wiskundige achtergrond over tweede orde DV's die nodig kan zijn bij sommige opgaven.
In dit vak schrijven we een 2^e orde, lineaire, homogene DV met constante coëfficiënten als volgt op:

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 2\gamma\frac{dy}{dt} + \omega_0^2 y = 0$$

Waarbij y het gewenste uitgangssignaal is zoals bijvoorbeeld de stroom door of spanning over een bepaalde component. In deze vorm is de constante voor de tweede afgeleide 1 geworden. Dan wordt γ [s^{-1}] de dempingsfactor wordt genoemd en ω_0 [rad·s^{-1}] de **eigen of natuurlijke** hoekfrequentie van het systeem. Zoals bekend uit de colleges zijn in het geval van RLC circuits γ en ω_0 afhankelijk van deze R, L, en/of C.

Er bestaan drie modi en dus drie verschillende vormen oplossingen van deze DV afhankelijk van de groottes van γ en ω_0.
Hieronder staan de drie verschillende vormen oplossingen:
1) Bovenkritisch of sterk gedempt of overgedempt: $\gamma > \omega_0$

De algemene oplossing van deze homogene DV is dan:

$$y_h(t) = C_1 e^{(-\gamma+\sqrt{\gamma^2-\omega_0^2})t} + C_2 e^{(-\gamma-\sqrt{\gamma^2-\omega_0^2})t}$$

Speciaal geval van 1) is als $\omega_0 = 0$. Dan krijg je weer te maken met een gewoon eerste orde systeem en is de oplossing de welbekende respons van een eerste orde systeem:

$$y_h(t) = C_1 + C_2 e^{-2\gamma t}$$

2) Kritisch gedempt: $\gamma = \omega_0$

De algemene oplossing van deze homogene DV is dan:

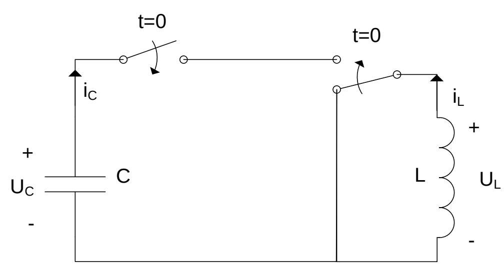
$$y_h(t) = C_1 e^{-\gamma t} + C_2 t e^{-\gamma t} = C_1 e^{-\omega_0 t} + C_2 t e^{-\omega_0 t}$$

3) Onderkritisch of zwak gedempt of ondergedempt: $\gamma < \omega_0$
De algemene oplossing van deze homogene DV is dan:
$y_h(t) = e^{-\gamma t}(C_1 \cos(\omega t) + C_2 \sin(\omega t))$ met $\omega = \sqrt{(\omega_0^2 - \gamma^2)}$ is de **resonantie**hoekfrequentie.
Speciaal geval van 3) is wanneer $\gamma = 0$. Dan wordt $y_h(t)$:
$y_h(t) = C_1 \cos(\omega t) + C_2 \sin(\omega t)$
nu is het systeem namelijk ongedempt en is een pure oscillator gekregen die in theorie oneindig door kan oscilleren. De cosinus en sinustermen kunnen overigens worden samengenomen tot één cosinusvorm: $C_1\cos(\omega t) + C_2\sin(\omega t) = M\cos(\omega t-\varphi)$.

De constanten C_1 en C_2 bij alle oplossingen volgen uit de randvoorwaarden of begincondities van het systeem (bijv u(0) of i(0) of du/dt(0) etc.).

Opgave 1

In onderstaande figuur is een (ongedempte) LC oscillator gegeven. Op t = 0s worden tegelijkertijd de twee schakelaars overgehaald.



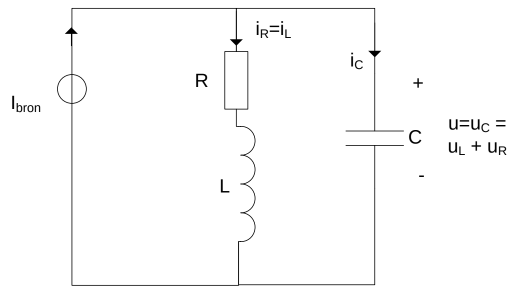
Op t = 0s gelden de volgende beginvoorwaarden: de spanning op de condensator $u_C(t)$ is $u_C(0) = U_{CO} = 2V$ en de stroom door de spoel $i_L(t)$ is $i_L(0) = I_{L0} = 4A$. Verder is gegeven dat L = 0.2H en C = 0.2F. Voor de DV van de stroom door de condensator $i_C(t)$ geldt:

$$\frac{d^2 i_C(t)}{dt^2} + \frac{1}{LC} i_C(t) = 0$$

a) Op welke natuurlijke hoekfrequentie ω_0 is deze LC oscillator aan het oscilleren?
b) Gegeven is dat voor de stroom door de condensator geldt:
   $i_C(t) = c_1 \cos(\omega_0 t) + c_2 \sin(\omega_0 t)$ met ω_0 de natuurlijke hoekfrequentie. Los de constanten c_1 en c_2 op. Geef tussenstappen duidelijk aan! Eventuele integratieconstanten in je berekeningen kun je op 0 stellen.
c) Wat zijn de eenheden van c_1 en c_2? Motiveer je antwoord.

Opgave 2

Een parallelschakeling van een spoel en een condensator kan al dienst doen als een afgestemde kring: een circuit dat gebruikt kan worden om bijvoorbeeld radiozenders mee te ontvangen. Vaak is een spoel echter niet ideaal en heeft deze een niet te verwaarlozen serieweerstand. Als we het te ontvangen signaal als een stroombron voorstellen dan komt de totale kring er uit te zien als in onderstaande figuur.



De DV naar de uitgangsspanning $u = u_C$ van dit circuit is:

$$\frac{d^2u_C(t)}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{du_C(t)}{dt} + \frac{1}{LC}u_C(t) = \frac{1}{C}\frac{di_{bron}(t)}{dt} + \frac{R}{LC}i_{bron}(t)$$

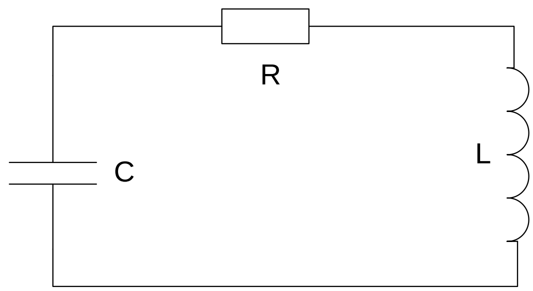
a) Heeft de serieweerstand R van de spoel L invloed op de resonantiefrequentie ω_{res} van dit circuit? Motiveer je antwoord. Wordt ω_{res} groter of kleiner dan de natuurlijke hoekfrequentie ω_0? Geef de uitdrukking voor ω_{res} van dit circuit in de symbolen R,L en C.

b) Als je toch naar eigen inzicht R,L en C onafhankelijk van elkaar mag variëren, welke zou je dan kiezen als je alleen de natuurlijke hoekfrequentie ω_0 wil variëren? Motiveer je antwoord!

c) **(Bonus)** In het ideale geval zou je willen dat dit circuit oscilleert bij ω_0. Stel nu dat je niet weet wat de waarde van R is; je weet alleen dat R zo groot is dat de werkelijke frequentie waarop dit circuit oscilleert (= ω_{res}) anders is dan je zou willen. Welke component(en) kun je nu zo bijstellen dat je toch op de gewenste oscillatiefrequentie uitkomt. Moet je deze component(en) in waarde groter of kleiner maken? Motiveer je antwoord.

Opgave 3

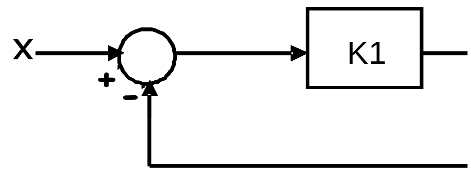
Gegeven onderstaande schakeling. Op $t = 0s$ gelden de volgende beginvoorwaarden: de spanning op de condensator is $u_C(0) = 0$ V en de stroom door de spoel is $i_L(0) = I_{L0}$ A.

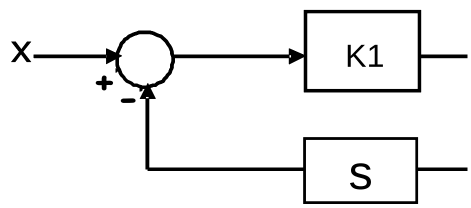


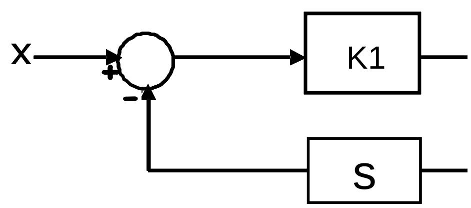
a) Neem de figuur over en teken hierin de spanningspolariteiten en stroomrichtingen.
b) Geef de 5 vergelijkingen die dit netwerk beschrijven (D.w.z. 3 elementvergelijkingen en 2 Kirchhoff-vergelijkingen).
c) Stel de D.V. op naar $i_L(t)$ voor deze schakeling. Zorg ervoor dat de coëfficiënt voor de tweede afgeleide term 1 is geworden.
d) Geef de dempingsfactor (γ) en de resonantiefrequentie (ω_0).
e) Ga er nu vanuit dat $\gamma < \omega_0$. Geef de algemene oplossing. Je hoeft de constanten niet op te lossen.
f) Maak een eenvoudige schets van de stroom door de spoel uitgezet tegen de tijd voor de volgende twee gevallen:
    a. $R=0$
    b. $R>0$
g) Geef nu de D.V. naar de spanning over de weerstand $u_R(t)$ voor deze schakeling. Geef de tussenstappen duidelijk aan.

Opgave 4

a) Geef voor de onderstaande vier combinaties van proportionele regelaars en terugkoppeling de relatie tussen z en x







b) Voor de bovenste regelkring uit opgave a, geldt dat K1=99, en K2=1. Hoe groot is de standfout?

Opgave 5

In deze opgave gaat het over het regelsysteem van de automatische piloot van een vliegtuig.

a) Beargumenteer wat voor soort regelsysteem je wil gebruiken ; vooruitregeling, teruggekoppeld systeem, meegekoppeld systeem.
b) Geef aan welke factoren er als ingangssignaal kunnen dienen (wat wil je regelen?).
c) Beschrijf in een blokschema hoe een automatische piloot van een vliegtuig werkt. Geef bij elk blok aan wat de functie is en wat de ingaande en uitgaande signalen zijn. Maximaal 6 blokken gebruiken.

d) Geef aan waar je model eventueel een versimpeling van de echte regeling is (bijvoorbeeld wat kun je toevoegen als je meer dan 6 blokken mag gebruiken)

Hint: er zijn meerdere goede antwoorden

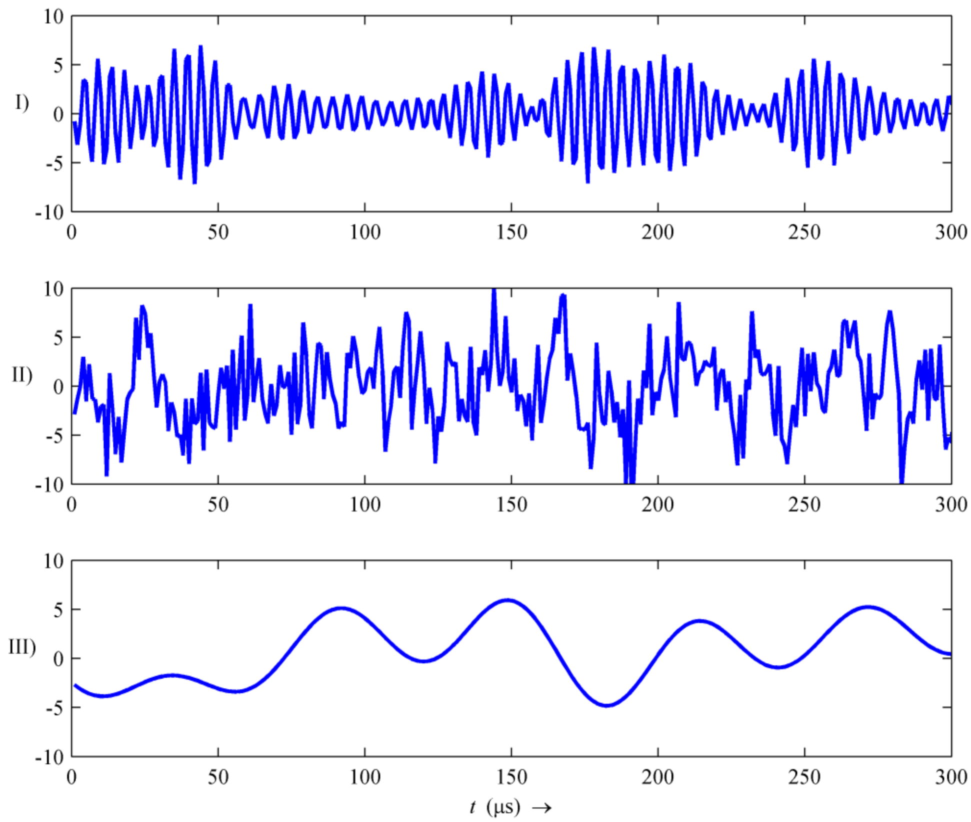
Opgave 6

a) Geef het schema van een niet-inverterende opamp schakeling

b) Geef de overdracht van de niet-inverterende opamp schakeling

Opgave 7

Gegeven onderstaande drie signalen:



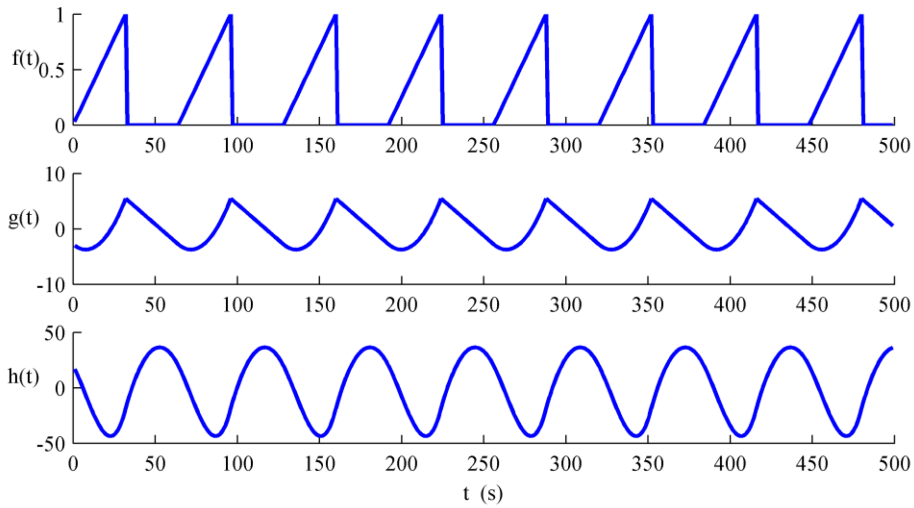
a) Geef bij elk signaal aan of het:
   - een – t.o.v. 100 kHz (T = 10µs)– laagfrequent signaal is, d.w.z. dat er zich dus alleen frequenties in het signaal bevinden die lager zijn dan 100kHz; dan wel
   - een smalbandig hoogfrequent signaal is, d.w.z. er zijn wel hoogfrequente signaalcomponenten aanwezig maar dat zijn er zichtbaar weinig; dan wel
   - een breedbandig signaal is, d.w.z. er zijn vele signaalcomponenten aanwezig die moeilijk tot niet van elkaar te onderscheiden zijn.

   Motiveer uw antwoord. (Let op: uw antwoord wordt vooral beoordeeld aan de hand van uw motivatie).

b) Geef voor de smalbandige signalen aan op welke frequentie dit signaal zich ongeveer bevindt.

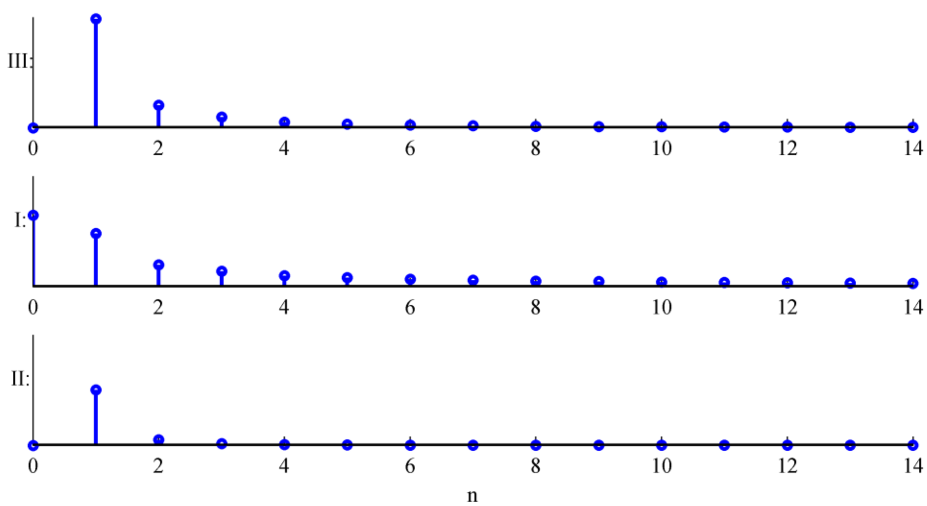
Opgave 8

Gegeven de drie periodieke signalen $f(t)$, $g(t)$ en $h(t)$:



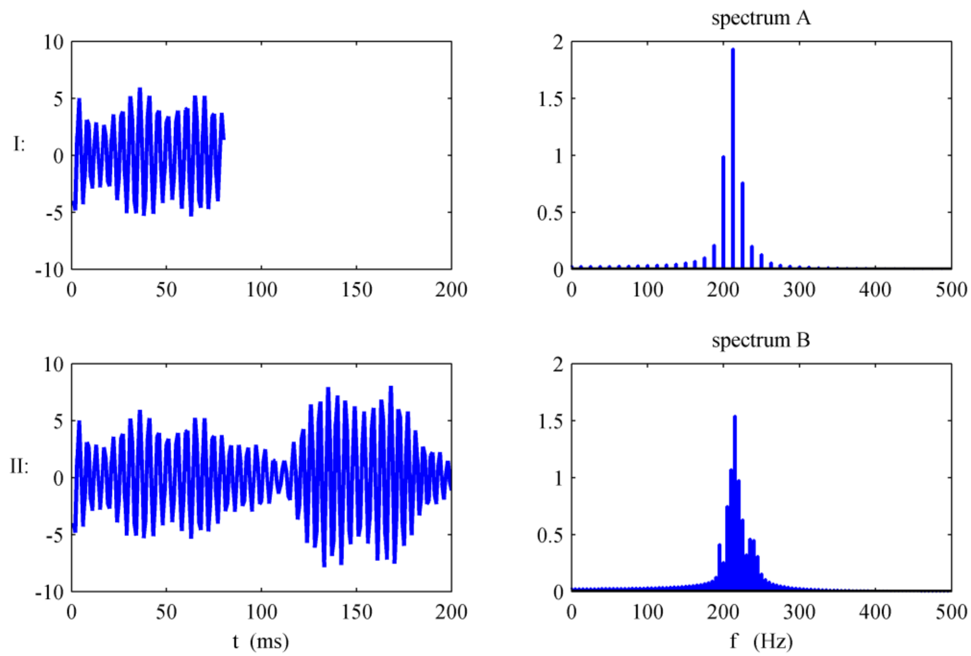
a) Wat is de periode T, de (cyclische) grondfrequentie f_0 en de hoekgrondfrequentie ω_0 van deze drie signalen?

b) De amplitudespectra van deze 3 signalen staan in willekeurige volgorde gegeven in onderstaande figuur. Geef aan welk spectrum bij welk signaal hoort. Motiveer uw antwoord. (Let op: uw antwoord wordt vooral beoordeeld aan de hand van uw motivatie).



Opgave 9

In onderstaande figuur is een signaal weergegeven dat geregistreerd is gedurende een periode van 80 ms (registratie I) en gedurende 200 ms (registratie II). Op basis van deze twee registraties zijn twee amplitudespectra gemaakt die in willekeurige volgorde getoond zijn in de figuur (spectrum A en B).



a) Welk spectrum hoort bij welk signaal. Motiveer uw antwoord. (Let op: uw antwoord wordt vooral beoordeeld aan de hand van uw motivatie).

b) Met welke resolutie kan het spectrum van registratie I bepaald worden?

Bonusvraag

Een elektrotechnische ingenieur heeft een zwakgedempte RLC seriekring (zie ook opgave 3) voor zich gekregen. Met de scoop heeft hij de responsie opgemeten van dit circuit. Deze responsie is de spanning over de condensator C. De responsie wordt gegeven door de vergelijking:

$$u_C(t) = 2e^{-3t}\sin(4t)$$

Nu mag je gaan proberen te “reverse engineeren”

a) Wat zijn van dit circuit de resonantiehoekfrequentie ω_{res}, de dempingsfactor γ en de natuurlijke hoekfrequentie ω_0?

b) Je bent te weten gekomen dat R = 0.6Ω. Wat zijn nu de waarden voor C en L?

c) Kun je tenslotte nog achterhalen wat de rustinstellingen van dit circuit waren, d.w.z. de spanning over de condensator op t = 0s ($U_{C0} = u_C(0)$) en de stroom door de spoel op t = 0s ($I_{L0} = i_L(0)$)? Hint: wat zijn de waarden van de constanten c_1 en c_2 in het voorschrift van de algemene oplossing van een zwakgedempt systeem als je deze vergelijkt met bovenstaande vergelijking?

Toets 2 IEEE, Modules 3 t/m 5

Datum: 14 oktober 2008
Tijd: 8.30 – 10.00 (90 minuten)

- Het gebruik van een rekenmachine is niet toegestaan.
- Deze toets telt 9 opgaven en een bonusopgave.
- Werk systematisch en schrijf de tussenstappen (zo veel mogelijk) op. Hier krijg je namelijk altijd punten voor ook al is je eindantwoord fout.
- Lees alle opgaven eerst goed door! Verdeel je tijd goed over alle opgaven en blijf niet te lang hangen bij een opgave.
- Let op het (correct) gebruik van eenheden. Deze vergeten is puntenaftrek

Succes!

Hieronder staat de wiskundige achtergrond over tweede orde DV's die nodig kan zijn bij sommige opgaven.
In dit vak schrijven we een 2^e^ orde, lineaire, homogene DV met constante coëfficiënten als volgt op:

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 2\gamma\frac{dy}{dt} + \omega_0^2 y = 0$$

Waarbij y het gewenste uitgangssignaal is zoals bijvoorbeeld de stroom door of spanning over een bepaalde component. In deze vorm is de constante voor de tweede afgeleide 1 geworden. Dan wordt γ [s^{-1}] de dempingsfactor wordt genoemd en ω_0 [$rad \cdot s^{-1}$] de **eigen of natuurlijke** hoekfrequentie van het systeem. Zoals bekend uit de colleges zijn in het geval van RLC circuits γ en ω_0 afhankelijk van deze R, L, en/of C.

Er bestaan drie modi en dus drie verschillende vormen oplossingen van deze DV afhankelijk van de groottes van γ en ω_0.
Hieronder staan de drie verschillende vormen oplossingen:
1) Bovenkritisch of sterk gedempt of overgedempt: $\gamma > \omega_0$

De algemene oplossing van deze homogene DV is dan:

$$y_h(t) = C_1 e^{(-\gamma + \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2})t} + C_2 e^{(-\gamma - \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2})t}$$

Speciaal geval van 1) is als $\omega_0 = 0$. Dan krijg je weer te maken met een gewoon eerste orde systeem en is de oplossing de welbekende respons van een eerste orde systeem:

$$y_h(t) = C_1 + C_2 e^{-2\gamma t}$$

2) Kritisch gedempt: $\gamma = \omega_0$

De algemene oplossing van deze homogene DV is dan:

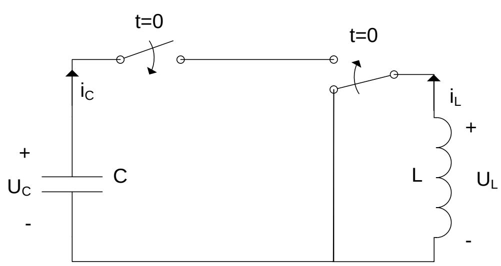
$$y_h(t) = C_1 e^{-\gamma t} + C_2 t e^{-\gamma t} = C_1 e^{-\omega_0 t} + C_2 t e^{-\omega_0 t}$$

3) Onderkritisch of zwak gedempt of ondergedempt: $\gamma < \omega_0$
De algemene oplossing van deze homogene DV is dan:
$y_h(t) = e^{-\gamma t}(C_1 \cos(\omega t) + C_2 \sin(\omega t))$ met $\omega = \sqrt{(\omega_0^2 - \gamma^2)}$ is de **resonantie**hoekfrequentie.
Speciaal geval van 3) is wanneer $\gamma = 0$. Dan wordt $y_h(t)$:
$y_h(t) = C_1 \cos(\omega t) + C_2 \sin(\omega t)$
nu is het systeem namelijk ongedempt en is een pure oscillator gekregen die in theorie oneindig door kan oscilleren. De cosinus en sinustermen kunnen overigens worden samengenomen tot één cosinusvorm: $C_1\cos(\omega t) + C_2\sin(\omega t) = M\cos(\omega t-\varphi)$.

De constanten C_1 en C_2 bij alle oplossingen volgen uit de randvoorwaarden of begincondities van het systeem (bijv u(0) of i(0) of du/dt(0) etc.).

Opgave 1

In onderstaande figuur is een (ongedempte) LC oscillator gegeven. Op t = 0s worden tegelijkertijd de twee schakelaars overgehaald.



Op t = 0s gelden de volgende beginvoorwaarden: de spanning op de condensator $u_C(t)$ is $u_C(0) = U_{CO} = 2V$ en de stroom door de spoel $i_L(t)$ is $i_L(0) = I_{L0} = 4A$. Verder is gegeven dat L = 0.2H en C = 0.2F. Voor de DV van de stroom door de condensator $i_C(t)$ geldt:

$$\frac{d^2 i_C(t)}{dt^2} + \frac{1}{LC} i_C(t) = 0$$

a) Op welke natuurlijke hoekfrequentie ω_0 is deze LC oscillator aan het oscilleren?
b) Gegeven is dat voor de stroom door de condensator geldt:
$i_C(t) = c_1 \cos(\omega_0 t) + c_2 \sin(\omega_0 t)$ met ω_0 de natuurlijke hoekfrequentie. Los de constanten c_1 en c_2 op. Geef tussenstappen duidelijk aan! Eventuele integratieconstanten in je berekeningen kun je op 0 stellen.
c) Wat zijn de eenheden van c_1 en c_2? Motiveer je antwoord.

1A) Met behulp van de wiskunde bijlage of anders uit het hoofd is te zien dat:

$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{(0.2 \cdot 0.2)}} = \frac{1}{0.2} = 5$ rad·s^{-1} (let op eenheden!)

1B) Gegeven is: $i_C(t) = c_1\cos(\omega_0 t) + c_2\sin(\omega_0 t)$ en U_{C0} = 2V en I_{L0} = 4A. Het makkelijkst is om eerst de gegeven stroom in te vullen. Let op dat I_{L0} gegeven is en niet I_{C0}. Uit de figuur en met de eerste wet van Kirchhoff geldt $i_C(t) = - i_L(t)$ dus $I_{C0} = -I_{L0}$ = -4A. Dit invullen in de gegeven vergelijking voor $i_C(t)$ levert meteen op $c_1 = I_{C0}$ = -4A.

Voor het bepalen van c_2 is de expressie voor de spanning over de condensator $u_C(t)$ nodig. Deze kun je afleiden uit de I-U relatie voor de condensator:

$u_C(t) = \frac{1}{C}\int i_C(t)dt$ Invullen van de expressie voor $i_C(t)$ levert op:

$u_C(t) = \frac{c_1}{\omega_0 C}\sin(\omega_0 t) - \frac{c_2}{\omega_0 C}\cos(\omega_0 t)$ (integratieconstanten mochten ze op 0 stellen).

Invullen van de tweede randvoorwaarde levert dan op:

$u_C(0) = U_{C0} = -\frac{c_2}{\omega_0 C} \rightarrow c_2 = -U_{C0}\omega_0 C = -2 \cdot 5 \cdot 0.2 = -2A$

De alternatieve route is via $u_L(t) = u_C(t)$ te rekenen:

$u_C(t) = u_L(t) = L\frac{di_L(t)}{dt} = -L\frac{di_C(t)}{dt}$ Invullen van de expressie voor $i_C(t)$ levert op:

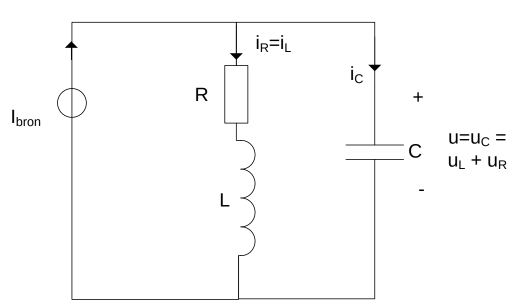
$u_C(t) = c_1\omega_0 L\sin(\omega_0 t) - c_2\omega_0 L\cos(\omega_0 t)$ Dit levert dezelfde waarde voor c_2 op.

1C) dit is een vraag om studenten eraan te herinneren de eenheden op te schrijven. De expressie $i_C(t) = c_1\cos(\omega_0 t) + c_2\sin(\omega_0 t)$ impliceert direct dat c_1 en c_2 de eenheid Ampere dienen te hebben. Ter controle bij c_2:

$c_2 = -U_{C0}\omega_0 C = [V]\cdot[s^{-1}]\cdot[AsV^{-1}] = A$

Opgave 2

Een parallelschakeling van een spoel en een condensator kan al dienst doen als een afgestemde kring: een circuit dat gebruikt kan worden om bijvoorbeeld radiozenders mee te ontvangen. Vaak is een spoel echter niet ideaal en heeft deze een niet te verwaarlozen serieweerstand. Als we het te ontvangen signaal als een stroombron voorstellen dan komt de totale kring er uit te zien als in onderstaande figuur.



De DV naar de uitgangsspanning u = u_C van dit circuit is:

$$\frac{d^2u_C(t)}{dt^2}+\frac{R}{L}\frac{du_C(t)}{dt}+\frac{1}{LC}u_C(t)=\frac{1}{C}\frac{di_{bron}(t)}{dt}+\frac{R}{LC}i_{bron}(t)$$

a) Heeft de serieweerstand R van de spoel L invloed op de resonantiefrequentie ω_{res} van dit circuit? Motiveer je antwoord. Wordt ω_{res} groter of kleiner dan de natuurlijke hoekfrequentie ω_0? Geef de uitdrukking voor ω_{res} van dit circuit in de symbolen R,L en C.
b) Als je toch naar eigen inzicht R,L en C onafhankelijk van elkaar mag variëren, welke zou je dan kiezen als je alleen de natuurlijke hoekfrequentie ω_0 wil variëren? Motiveer je antwoord!
c) **(Bonus)** In het ideale geval zou je willen dat dit circuit oscilleert bij ω_0. Stel nu dat je niet weet wat de waarde van R is; je weet alleen dat R zo groot is dat de werkelijke frequentie waarop dit circuit oscilleert (= ω_{res}) anders is dan je zou willen. Welke component(en) kun je nu zo bijstellen dat je toch op de gewenste oscillatiefrequentie uitkomt. Moet je deze component(en) in waarde groter of kleiner maken? Motiveer je antwoord.

2A) Ja, voor een zwakgedempt systeem geldt voor de resonantiefrequentie: $\omega_{res} = \sqrt{(\omega_0^2 - \gamma^2)}$. Hoe groter R, des te groter wordt de demping γ = R/2L en des te lager wordt ω_{res}. Deze wordt dus lager dan ω_0. Uitgedrukt in R,L en C wordt dit:

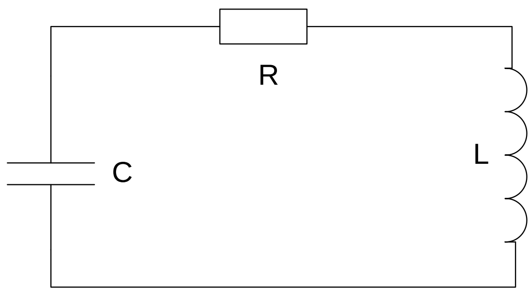
$$\omega_{res}=\sqrt{\frac{1}{LC}-\frac{R^2}{4L^2}}$$

2B) Hier gaat het om het inzien wat de waarden voor ω_0 en γ zijn. De studenten hoeven alleen naar het uitgangssignaal gedeelte van de DV te kijken (de kant links van het = teken). De algemene expressie voor een 2^e orde DV daarvoor is: $\frac{d^2y}{dt^2}+2\gamma\frac{dy}{dt}+\omega_0^2 y$. Dit vergelijkend met de DV hierboven valt te zien dat moet gelden: γ = R/2L en $\omega_0 = 1/\sqrt{(LC)}$. γ is dus een functie van R en L! Als je nu alleen de frequentie wil afregelen zonder de demping te veranderen dien je dus de condensator variabel te maken. R variëren heeft geen zin want daarmee beïnvloed je niet de resonantiefrequentie. Door L te variëren verander je wel de resonantiefrequentie maar ook de demping. Het feit dat nu in de DV ook termen rechts van het = teken staan verandert niets aan bovenstaand verhaal.

2C) Als je een ω_0 hebt gekozen horen daar een bepaalde L en C waarde bij. Als je gaat meten en het blijkt dat $\omega_{res} < \omega_0$ is weet je dat er een demping is. Je moet nu dus aan L of C draaien om de frequentie omhoog te schroeven tot de gewenste resonantiefrequentie bereikt is. Dit kun je doen door C kleiner te maken; daarmee wordt ω_0 weer groter en ω_{res} dan ook. Als je L kleiner maakt wordt ω_0 wel groter maar γ wordt dan ook weer groter en werk je jezelf dus tegen.

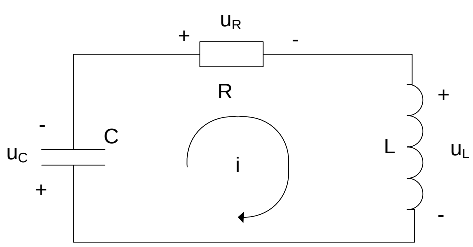
Opgave 3

Gegeven onderstaande schakeling. Op t = 0s gelden de volgende beginvoorwaarden: de spanning op de condensator is $u_C(0) = 0$ V en de stroom door de spoel is $i_L(0) = I_{L0}$ A.



a) Neem de figuur over en teken hierin de spanningspolariteiten en stroomrichtingen.
b) Geef de 5 vergelijkingen die dit netwerk beschrijven (D.w.z. 3 elementvergelijkingen en 2 Kirchhoff-vergelijkingen).
c) Stel de D.V. op naar $i_L(t)$ voor deze schakeling. Zorg ervoor dat de coëfficiënt voor de tweede afgeleide term 1 is geworden.
d) Geef de dempingsfactor (γ) en de resonantiefrequentie (ω_0).
e) Ga er nu vanuit dat $\gamma < \omega_0$. Geef de algemene oplossing. Je hoeft de constanten niet op te lossen.
f) Maak een eenvoudige schets van de stroom door de spoel uitgezet tegen de tijd voor de volgende twee gevallen:
   a. R=0
   b. R>0
g) Geef nu de D.V. naar de spanning over de weerstand $u_R(t)$ voor deze schakeling. Geef de tussenstappen duidelijk aan.

3A) Een voorbeeld is deze:



3B) De 2 Kirchoffvergelijkingen: 1) $u_R + u_L + u_C = 0$ en 2) $i_R = i_L = i_C = i$
De 3 elementvergelijkingen: 3) $u_R = iR$

4) $u_L(t) = L\frac{di(t)}{dt}$ en 5) $i(t) = C\frac{du_C(t)}{dt}$

3C) Verschillende “routes” zijn mogelijk. Je moet in ieder geval alle vijf vergelijkingen éénmaal gebruiken. Je kunt bij 1) beginnen en alle spanningen in de stromen uitdrukken. Dit levert uiteindelijk op:

$\frac{d^2i(t)}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{LC}i(t) = 0$ waarbij al is ingevuld i(t) = i_L(t). De constante voor de tweede orde term moet 1 zijn gemaakt.

3D) Bovenstaande DV vergelijken met de uitleg aan het begin van de toets geeft: γ = R/2L en ω_0 = 1/√(LC).

3E) Er is al gegeven dat het een zwakgedempt systeem is. Wederom gebruik makend van de uitleg bovenaan de toets geeft als algemene oplossing:

$i(t) = e^{-\gamma t}(C_1\cos(\omega t) + C_2\sin(\omega t))$ waarbij c_1 en c_2 de constanten zijn die niet opgelost hoefden te worden.

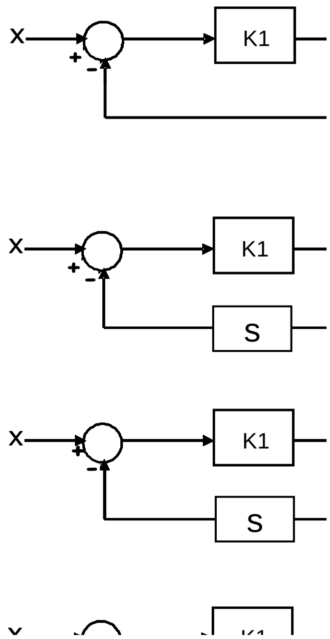
3F) a. voor R = 0 is de demping 0 geworden en gaat de oplossing hierboven over in: $i(t) = C_1\cos(\omega t) + C_2\sin(\omega t)$. De grafiek is dan een sinus of cosinus of verschoven (co)sinus die continu blijft doorgaan (dus met constante amplitude). Alle sinusvormen zijn dus goed omdat je c_1 en c_2 niet weet. Ook zijn de studenten nog vrij in het aangeven van de amplitude en de frequentie (of periode) van het signaal.
b. Voor R>0 geldt de oplossing van 3E). Nu is de grafiek die bij a. getekend is gedempt, d.w.z. er is een omhullende e-macht bij de sinus waardoor deze uiteindelijk uitdooft. De amplitude moet in ieder geval steeds kleiner worden.

3G) De studenten moeten bij deze vraag wel de tussenstappen opschrijven. In dit geval kun je het oplossen zonder differentiëren of integreren. Het snelst gaat door gebruik te maken van i_L = i = U_R / R. Als je dit invult in de DV bij 3C) en daarna de hele DV vermenigvuldigd met R kom je uit op:

$$\frac{d^2u_R(t)}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{du_R(t)}{dt} + \frac{1}{LC}u_R(t) = 0$$

Opgave 4

a) Geef voor de onderstaande vier combinaties van proportionele regelaars en terugkoppeling de relatie tussen z en x



I)
z=k2*y
y=k1*(x-y)
y*(1+k1)=k1*x
y=x*k1/(1+k1)
z=k2*y=x*k1*k2/(1+k1)

II) z=k2*y
y=k1*(x-Sy)
y*(1+S*k1)=k1*x
y=x*k1/(1+k1*S)
z=k2*y=x*k1*k2/(1+k1*S)

III) z=k2*y
y=k1*(x-Sz)
z=k2*y=k2*k1*(x-Sz)
z*(1+k2*k1*S)=k2*k1*x
z=x*k1*k2/(1+K1*k2*S)

IV) z=k2*y
y=k1*(x+Sz)
z=k2*y=k2*k1*(x+Sz)
z*(1-k2*k1*S)=k2*k1*x
z=x*k1*k2/(1-k1*k2*S)

b) Voor de bovenste regelkring uit opgave a, geldt dat K1=99, en K2=1.
Hoe groot is de standfout?

Overdracht H=z/x= k1*k2/(1+k1)=99/100
Het echte signaal wordt dus nooit gelijk aan het ingestelde signaal. De standfout bedraagt dus 1-99/100=1/100 of 1%.

Opgave 5

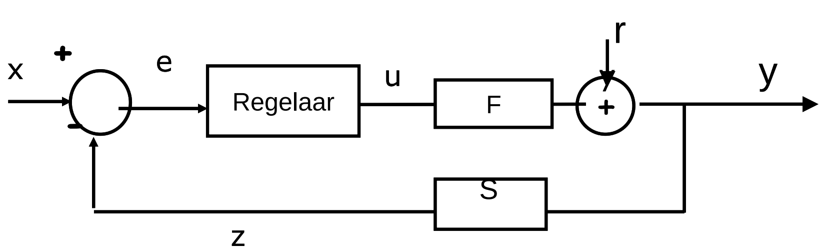
In deze opgave gaat het over het regelsysteem van de automatische piloot van een vliegtuig.
a) Beargumenteer wat voor soort regelsysteem je wil gebruiken ; vooruitregeling, tegen gekoppeld systeem, meegekoppeld systeem.

Vooruitregeling werkt alleen als je altijd dezelfde actie moet uitvoeren
Meekoppeling werkt niet omdat het verschil tussen wat je wil sturen en het echte signaal steeds groter wordt ; te veel kans op crash als het stoppende element niet (goed genoeg) werkt
Tegenkoppeling verkleint het verschil tussen het huidige gedrag (signaal) en het ingestelde om zo op een stabiele toestand uit te komen

(als goed antwoord geaccepteerd of wel de reden waarom tegenkoppeling wel werkt ofwel waarom de andere twee niet werken).

b) Geef aan welke factoren er als ingangssignaal kunnen dienen (wat wil je regelen?).
snelheid, richting, hoogte, afstand tot een ander vliegtuig, hoek te opzichte van de grond (bij dalen of stijgen) etc etc

c) Beschrijf in een blokschema hoe een automatische piloot van een vliegtuig werkt.
Geef bij elk blok aan wat de functie is en wat de ingaande en uitgaande signalen zijn.
Maximaal 6 blokken gebruiken.



x= gewenste snelheid
y=huidige (echte) snelheid
e=correctie signaal 9afwijking van de gewenste snelheid)
r= verstoring bijvoorbeeld rukwind, lagedrukgebied.....
S=sensor, bijv hoogtemeter
Regelaar= gastoevoer (meer of minder)
Fysysche process= verbranden gas, meer (of minder (stuwkracht)

d) Geef aan waar je model eventueel een versimpeling van de echte regeling is (bijvoorbeeld wat kun je toevoegen als je meer dan 6 blokken mag gebruiken)

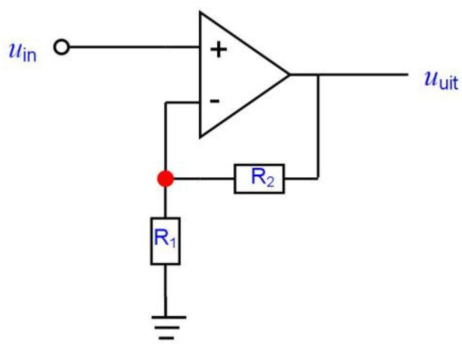
In een vliegtuig moet je meerdere dingen regelen. Als het antwoord bij c) ging over de hoogte dan mist er dus snelheid etc. Verder kun je in het regelcircuit elementen opnemen als verstoring (temperatuurverandering, ijsafzetting op de vleugels zodat het gewicht varieerd, windvlagen etc etc).Daarnaast is een ingewikkeldere regeling waar je niet alleen proportionele blokken iets realistischer (hoeft niet te woden uitgewerkt).

(een van deze antwoorden is al goed)

Hint: er zijn meerdere goede antwoorden

Opgave 6

a) Geef het schema van een niet inverterende OPAMP schakeling



b) Geef de overdracht van de niet inverterende opamp schakeling

$$H \equiv \frac{u_{uit}}{u_{in}} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

Voor tussenstappen ook punten te verkrijgen bij een eventueel fout eindantwoord!!!!

$$u_{uit} = A(u_+ - u_-) = A(u_{in} - \frac{R_1}{R_1 + R_2} u_{uit}) = Au_{in} - A\frac{R_1}{R_1 + R_2} u_{uit}$$

$$u_{uit}(1 + A\frac{R_1}{R_1 + R_2}) = Au_{in}$$

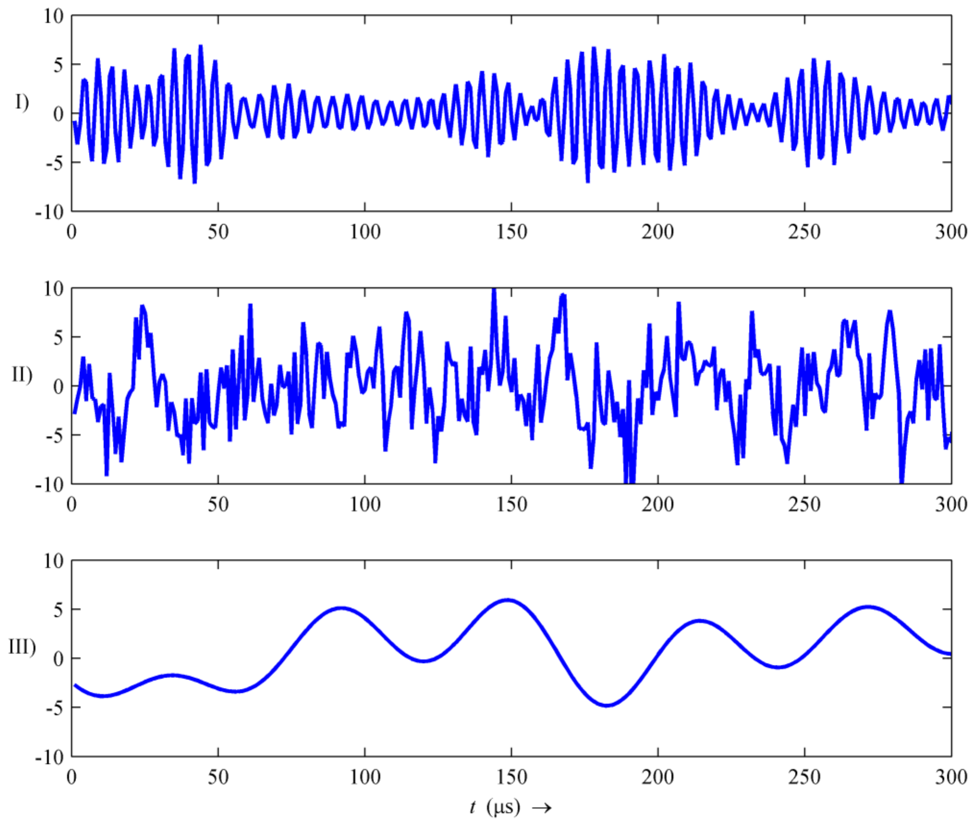
$$u_{uit}(\frac{1}{A} + \frac{R_1}{R_1 + R_2}) = u_{in}$$

Voor een ideale OPAMP geldt A=∞ zodat de overdracht geschreven kan worden als:

$$H \equiv \frac{u_{uit}}{u_{in}} = \frac{R_1 + R_2}{R_1} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

Opgave 7

Gegeven onderstaande drie signalen:



a) Geef bij elk signaal aan of het:
   - een – t.o.v. 100 kHz (T = 10µs)– laagfrequent signaal is, d.w.z. dat er zich dus alleen frequenties in het signaal bevinden die lager zijn dan 100kHz; dan wel
   - een smalbandig hoogfrequent signaal is, d.w.z. er zijn wel hoogfrequente signaalcomponenten aanwezig maar dat zijn er zichtbaar weinig; dan wel
   - een breedbandig signaal is, d.w.z. er zijn vele signaalcomponenten aanwezig die moeilijk tot niet van elkaar te onderscheiden zijn.

   Motiveer uw antwoord. (Let op: uw antwoord wordt vooral beoordeeld aan de hand van uw motivatie).

b) Geef voor de smalbandige signalen aan op welke frequentie dit signaal zich ongeveer bevindt.

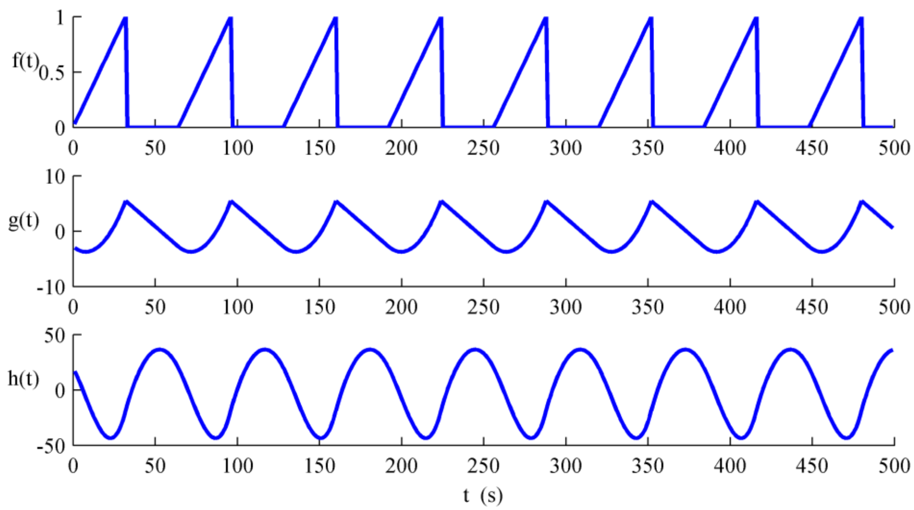
```
vraag 7a:
I: smalbandig hoogfrequent
```

```
Het signaal heeft een sinusachtig karakter. Er zullen maar weinig
harmonischen nodig zijn om zo'n signaal samen te stellen. Het is ook
vrij gemakkelijk om een dominante periode van het signaal te schatten.
II: breedbandig
Het signaal is tamelijk onregelmatig. Er niet duidelijk een dominante
frequentie. Soms wisselen pieken zich in een snel tempo af, soms duurt
het even voordat er weer een piek komt. Er zullen veel harmonischen
nodig zijn om zo'n signaal sament te stellen.
III: laagfrequent
De pieken en dalen herhalen zich in een traag tempo (meer dan 50 usec).
Soms lijkt het signaal iets periodiekachtig te hebben met een periode
rond de 60 usec. Maar soms ook wel met een langere periode.

vraag 7b:
In het smalbandige signaal (I) tellen we ca. 11 perioden in 50 usec. De
periode is dus 50/11 usec. Dat is dus iets minder dan 5 usec. De
frequentie is dus iets meer dan 200 kHz.
```

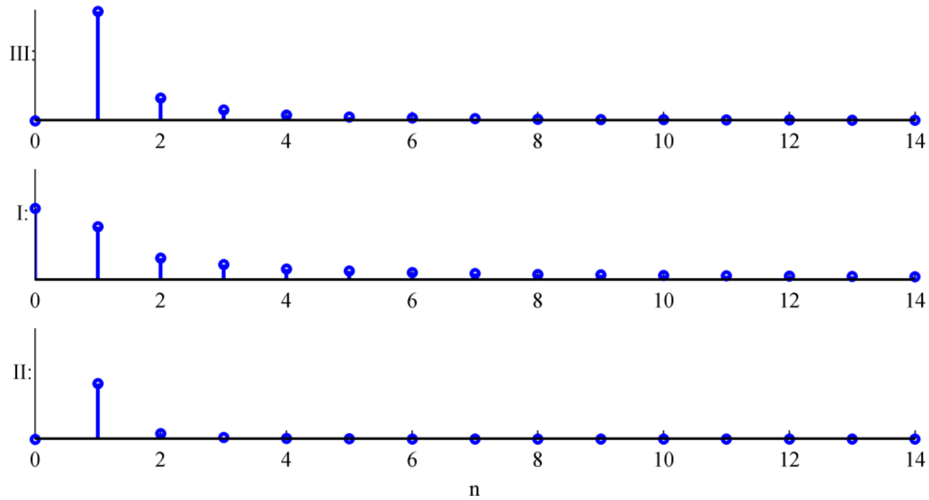
Opgave 8

Gegeven de drie periodieke signalen $f(t)$, $g(t)$ en $h(t)$:



a) Wat is de periode T, de (cyclische) grondfrequentie f_0 en de hoekgrondfrequentie ω_0 van deze drie signalen?

b) De amplitudespectra van deze 3 signalen staan in willekeurige volgorde gegeven in onderstaande figuur. Geef aan welk spectrum bij welk signaal hoort. Motiveer uw antwoord. (Let op: uw antwoord wordt vooral beoordeeld aan de hand van uw motivatie).



vraag 8a:
In alle gevallen tellen we 8 perioden in ca. 500 s. De periode is dus ca 500/8 = 62.5 sec. De grondfrequentie is daarmee 1/62.5 Hz = 0.016 Hz. De grondhoekfrequentie is dan 2*pi*0.016 = 0.1 rad/s.

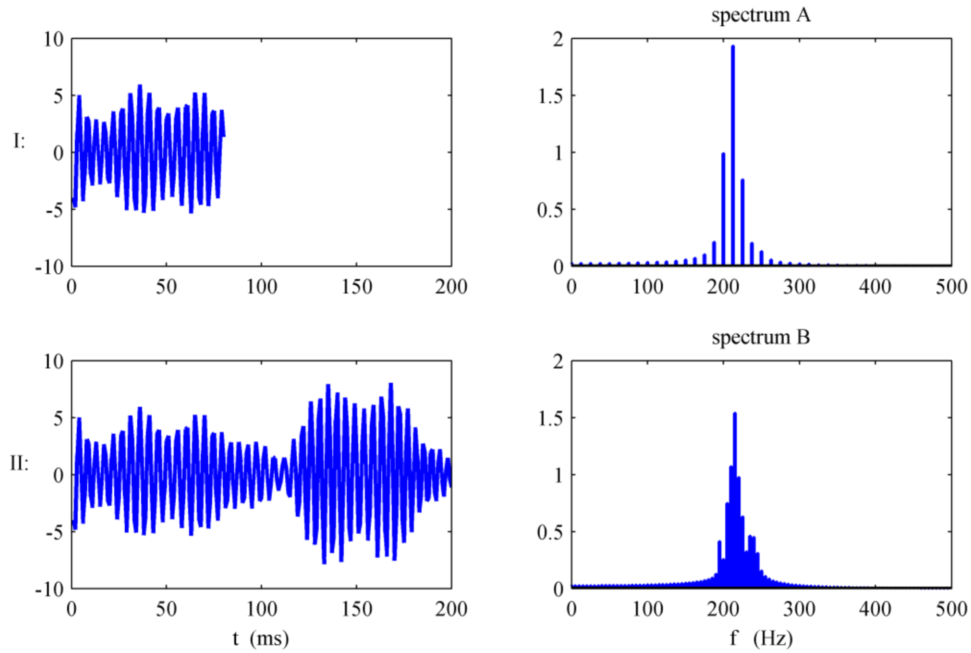
Veel voorkomende fout: men weet niet de cyclische frequentie f0 om te zetten naar hoekfrequentie.

Andere fout: men vergeet de dimensie te vermelden.

vraag 8b:
f(t) hoort bij I, want f(t) heeft een discontinuiteit en dus veel harmonischen. (Ander argument: de dc term van f(t) is als enige niet nul).
h(t) hoort bij II, want heeft als enige geen discontinuitiet in (ook niet in de afgeleide). Het is sinusachtig, en heeft dus niet veel boventonen.
g(t) heeft een discontinuitiet in de afgeleide en heeft dus veel harmonischen, maar niet zo veel als f(t). Het hoort dus bij III.

Opgave 9

In onderstaande figuur is een signaal weergegeven dat geregistreerd is gedurende een periode van 80 ms (registratie I) en gedurende 200 ms (registratie II). Op basis van deze twee registraties zijn twee amplitudespectra gemaakt die in willekeurige volgorde getoond zijn in de figuur (spectrum A en B).



a) Welk spectrum hoort bij welk signaal. Motiveer uw antwoord. (Let op: uw antwoord wordt vooral beoordeeld aan de hand van uw motivatie).
b) Met welke resolutie kan het spectrum van registratie I bepaald worden?

```
vraag 9a:
I is een korte registratie. Je kunt dus niet zo duidelijk verschillende
harmonischen onderscheiden. Het hoort dus bij spectrum A dat
duidelijker een lijnenspectrum heeft.

vraag 9b:
De registratieduur bij I is 80 ms. De resolutie is dus 1/80 kHz =
1000/80 Hz = 12.5 Hz.
```

Bonusvraag

Een elektrotechnische ingenieur heeft een zwakgedempte RLC seriekring (zie ook opgave 3) voor zich gekregen. Met de scoop heeft hij de responsie opgemeten van dit circuit. Deze responsie is de spanning over de condensator C. De responsie wordt gegeven door de vergelijking:

$$u_C(t) = 2e^{-3t}\sin(4t)$$

Nu mag je gaan proberen te “reverse engineeren”

c) Wat zijn van dit circuit de resonantiehoekfrequentie ω_{res}, de dempingsfactor γ en de natuurlijke hoekfrequentie ω_0?
d) Je bent te weten gekomen dat R = 0.6Ω. Wat zijn nu de waarden voor C en L?
e) Kun je tenslotte nog achterhalen wat de rustinstellingen van dit circuit waren, d.w.z. de spanning over de condensator op t = 0s ($U_{C0} = u_C(0)$) en de stroom door de spoel op t = 0s ($I_{L0} = i_L(0)$)? Hint: wat zijn de waarden van de constanten c_1 en c_2 in het voorschrift van de algemene oplossing van een zwakgedempt systeem als je deze vergelijkt met bovenstaande vergelijking?

BonusA) Gegeven is dat het circuit zwakgedempt is. Daarvoor is de algemene oplossing:
$u_C(t) = e^{-\gamma t}(C_1 \cos(\omega t) + C_2 \sin(\omega t))$ met $\omega_{res} = \sqrt{(\omega_0^2 - \gamma^2)}$.
Vergelijk je dit met de gegeven responsie: $u_C(t) = 2e^{-3t}\sin(4t)$ dan is meteen af te lezen dat: $\gamma = 3\ s^{-1}$ en $\omega_{res} = \omega = 4$ rad/s. Daaruit volgt dat $\omega_0 = \sqrt{(\omega_{res}^2 + \gamma^2)} = 5$ rad/s. LET OP DE EENHEDEN!

BonusB) L volgt uit $\gamma = R/(2L)$ → $L = R/(2\gamma) = 0.1$H; vervolgens volgt C uit $\omega_0 = 1/\sqrt{(LC)}$ → $C = 1/(L\omega_0^2) = 0.4$ F LET OP DE EENHEDEN!

BonusC) Als je de oplossing: $u_C(t) = 2e^{-3t}\sin(4t)$ vergelijkt met de algemene oplossing: $u_C(t) = e^{-\gamma t}(C_1 \cos(\omega t) + C_2 \sin(\omega t))$ zie je meteen dat c_1 = 0V en c_2 = 2V. [EENHEDEN!]. (Eigenlijk kun je dit prima oplossen zonder deze c_1 en c_2).
Het afleiden van de beginvoorwaarden:

1) U_{C0} vind je door t= 0 in te vullen in: $u_C(0) = 2e^{-3 \cdot 0}\sin(0) = 0$ V
2) Voor het vinden van I_{L0} moet je $i_L(t)$ weten. Er geldt dat:
$$i_L(t) = -i_C(t) = -C\frac{u_C(t)}{dt} = -C[-6e^{-3t}\sin(4t) - 8e^{-3t}\cos(4t)]$$
Op t = 0 geldt dan: $i_L(0) = -C[0-8] = 3.2A$
Je kunt ook de algemene vergelijking $u_C(t) = e^{-\gamma t}(C_1 \cos(\omega t) + C_2 \sin(\omega t))$ nemen met c_1 = 0 en c_2 = 2. Er geldt dan:
$$i_L(t) = -i_C(t) = -C\frac{u_C(t)}{dt} = -C[-2\gamma e^{-\gamma t}\sin(\omega t) - 2\omega e^{-\gamma t}\cos(\omega t)]$$. Daaruit volgt:
$$i_L(0) = -C[0 - 2\omega] = 2\omega C = 3.2A$$