

Toets 2 IEEE, Modules 3 t/m 5

Datum: 11 oktober 2007

Tijd: 10.40 – 12.10 (90 minuten)

- Het gebruik van een rekenmachine is niet toegestaan.
- Deze toets telt 9 opgaven en nog een bonusopgave.
- Werk systematisch en schrijf de tussenstappen (zo veel mogelijk) op. Hier krijg je namelijk altijd punten voor ook al is je eindantwoord fout.
- Lees alle opgaven eerst goed door! Verdeel je tijd goed over alle opgaven en blijf niet te lang hangen bij een opgave.
- Let op het (correct) gebruik van eenheden. Deze vergeten is puntenaftrek

Succes!

Hieronder staat de wiskundige achtergrond over tweede orde DV's die nodig kan zijn bij sommige opgaven.

In dit vak schrijven we een 2^o orde, lineaire, homogene DV met constante coëfficiënten als volgt op:

$$\frac{d^2y}{dt^2} + \gamma \frac{dy}{dt} + \omega_0^2 y = 0$$

Waarbij y het gewenste uitgangssignaal is zoals bijvoorbeeld de stroom door of spanning over een bepaalde component. In deze vorm is de constante voor de tweede afgeleide 1 geworden. Waarbij γ [s^{-1}] de dempingsfactor wordt genoemd en ω_0 [$rad \cdot s^{-1}$] de eigen of natuurlijke frequentie van het systeem. Zoals bekend uit de colleges zijn in het geval van RLC circuits γ en ω_0 afhankelijk van deze R, L, en/of C.

Er bestaan drie modi en dus drie verschillende vormen oplossingen van deze DV afhankelijk van de groottes van γ en ω_0 .

Hieronder staan de drie verschillende vormen oplossingen:

1) Bovenkritisch of sterk gedempt of overgedempt: $\gamma > \omega_0$

De algemene oplossing van deze homogene DV is dan:

$$y(t) = e^{-\gamma t/2} \left(C_1 e^{\sqrt{\gamma^2/4 - \omega_0^2} t} + C_2 e^{-\sqrt{\gamma^2/4 - \omega_0^2} t} \right)$$

Speciaal geval van 1) is als $\omega_0 = 0$. Dan krijg je weer te maken met een gewoon eerste orde systeem en is de oplossing de welbekende respons van een eerste orde systeem:

$$y(t) = C e^{-\gamma t}$$

2) Kritisch gedempt: $\gamma = \omega_0$

De algemene oplossing van deze homogene DV is dan:

$$y(t) = e^{-\gamma t} (C_1 t + C_2)$$

3) Onderkritisch of zwak gedempt of ondergedempt: $\gamma < \omega_0$

De algemene oplossing van deze homogene DV is dan:

$$y(t) = e^{-\gamma t/2} \left(C_1 e^{j\omega t} + C_2 e^{-j\omega t} \right) \text{ met } \omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2/4} \text{ is de resonantiefrequentie.}$$

Speciaal geval van 3) is wanneer $\gamma = 0$. Dan wordt $y_h(t)$:

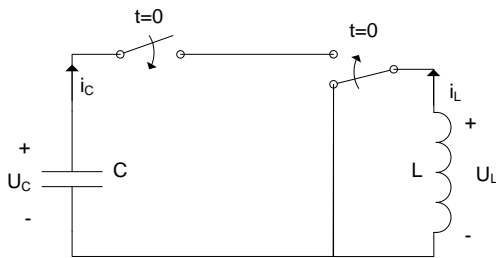


nu is het systeem namelijk ongedempt en is een pure oscillator gekregen die in theorie oneindig door kan oscilleren. De cosinus en sinustermen kunnen overigens worden samengenomen tot één cosinusvorm: $C_1 \cos(\omega t) + C_2 \sin(\omega t) = M \cos(\omega t - \phi)$.

De constanten C_1 en C_2 bij alle oplossingen volgen uit de randvoorwaarden of begincondities van het systeem (bijv $u(0)$ of $i(0)$ of $du/dt(0)$ etc.). Zijn deze opgelost dan is de unieke oplossing van $y(t)$ gevonden.

Opgave 1

In onderstaande figuur is een (ongedempte) LC oscillator gegeven. Op $t = 0$ s worden tegelijkertijd de twee schakelaars overgehaald.



Op $t = 0$ s gelden de volgende beginvoorwaarden: de spanning op de condensator is $u_C(0) = U_{C0} = 3V$ en de stroom door de spoel is $i_L(0) = I_{L0} = 2A$. Verder is gegeven dat $L = 0.1H$ en $C = 0.1F$.

- a) Gegeven is dat voor de spanning over de condensator geldt:

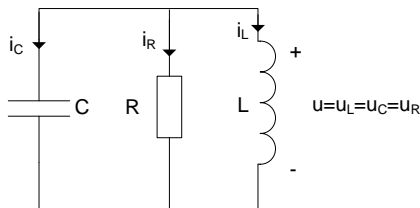


$u_C(t) = c_1 \cos(\omega t) + c_2 \sin(\omega t)$ met $\omega = 2 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$. Los de constanten c_1 en c_2 op. Geef eventuele tussenstappen duidelijk aan!

- b) Wat zijn de eenheden van c_1 en c_2 ?

Opgave 2

Gegeven is onderstaande RLC parallelkring.



De DV naar de spanning u die dit circuit beschrijft is:

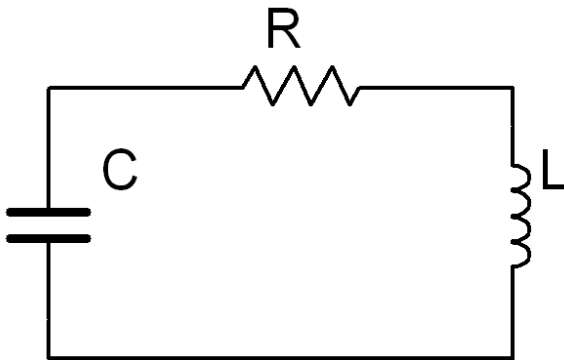
$$\frac{du}{dt} + \frac{1}{RC}u = \frac{1}{RC}u_{\text{ext}}$$

Stel dat dit circuit in een ontvanger wordt gebruikt om deze op de goede frequentie af te stemmen.

Vraag: Als je nu één van de drie componenten variabel mag maken, welke zou je dan kiezen? Motiveer je antwoord!

Opgave 3

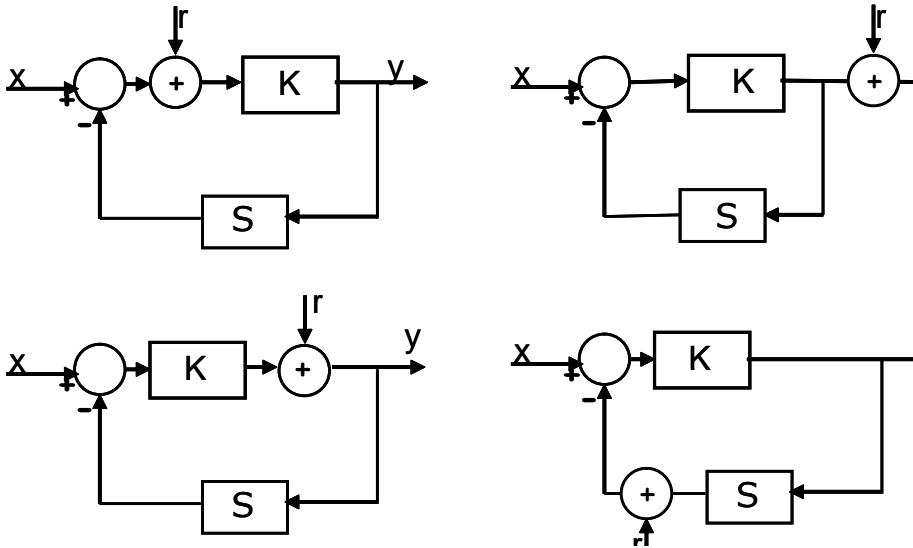
Gegeven onderstaande schakeling. Op $t = 0$ s gelden de volgende beginvoorwaarden: de spanning op de condensator is $u_C(0) = U_{C0}$ en de stroom door de spoel is $i_L(0) = 0$.



- Neem de figuur over en teken hierin de polariteiten en stroomrichtingen.
- Geef de 5 vergelijkingen die dit netwerk beschrijven (D.w.z. 3 elementvergelijkingen en 2 Kirchhoff-vergelijkingen).
- Stel de D.V. op naar U_C voor deze schakeling.
- Geef de dempingsfactor (γ) en de resonantiefrequentie (ω_0).
- Ga er nu vanuit dat $\gamma < \omega_0$. Geef de algemene oplossing.
- Maak een eenvoudige schets van de condensatorspanning uitgezet tegen de tijd voor de volgende twee gevallen:
 - $R=0$
 - $R>0$
- Geef nu de D.V. naar I_L voor deze schakeling.

Opgave 4

- a) De onderstaande tegen gekoppelde terugkoppellussen bestaan uit een proportionele regelaar, een terugkoppelfactor en een kleine verstoring (ruissignaal). Geef aan wat de algemene voorwaarden zijn aan K en S zijn om een verstoring te onderdrukken.
- b) Verklaar in welke van de getekende situaties geen ruisonderdrukking plaatsvindt. Motiveer het antwoord.



Opgave 5

Een essentiële stap in het maken van bier is het brouwen. Dit dient op een goed gereguleerde temperatuur te gebeuren, terwijl de biermassa en de temperatuur niet constant zijn.

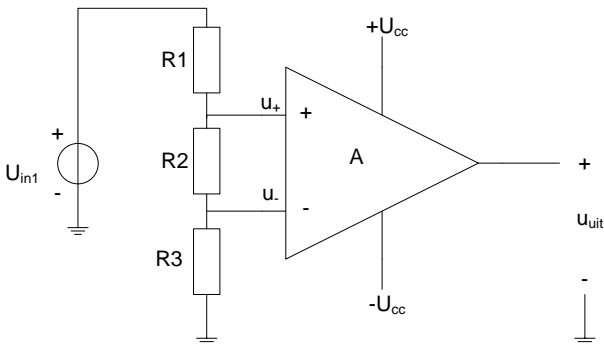
Opdracht: Geef een blokschema van het geregelde proces om bier tijdens het brouwen op constante temperatuur te houden.

Geef bij elk blok aan wat de ingaande en uitgaande signalen zijn.

Hint: er zijn meerdere goede antwoorden

Opgave 6

Gegeven is de volgende schakeling. Stel dat geldt: $u_{in1} = 0.1V$, $R_1 = 10\Omega$, $R_2 = 20\Omega$ en $R_3 = 10\Omega$



- a) Bepaal $u_{uit} = f(\text{inputs})$ voor de bovenstaande opampschakeling.

- b) Bereken u_{uit} voor de volgende versterkingsfactoren: $A = 100, 1000, 10000$ en 100000 .

Verder is nu gegeven dat bovenstaande schakeling gevoed wordt door $+12\text{V}$ en -12V . Je kunt je waarschijnlijk voorstellen dat u_{uit} nooit hoger kan zijn dan de voedingsspanning. Binnen het gebied van de voedingsspanning werkt de opamp in het “lineaire” bereik (immers: $u_{\text{uit}} = A \cdot (u_+ - u_-)$). Dreigt $|u_{\text{uit}}| \geq |U_{\text{CC}}|$ te worden dan treedt verzadiging op en “clipt” de opamp, oftewel de uitgangsspanning loopt vast (clipt) tegen de voedingsspanning aan.

- c) In welke gevallen clipt de gegeven schakeling?
- d) Neem aan dat $A = 100000$. Hoe groot mag de spanning op de ingang ($u_+ - u_-$) dan zijn willen de opamps niet clippen?
- e) Denk je dat opamps met zeer grote A 's nuttig te gebruiken zijn zonder terugkoppeling?, Verklaar je antwoord.

Opgave 7

De algemene uitdrukking voor de Fourierreeks voor een periodiek signaal $s(t)$ is:

$$s(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(2\pi n f_0 t) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin(2\pi n f_0 t)$$

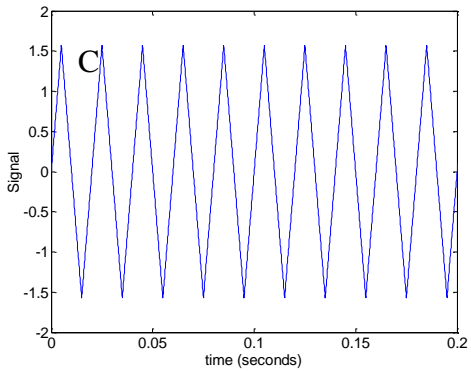
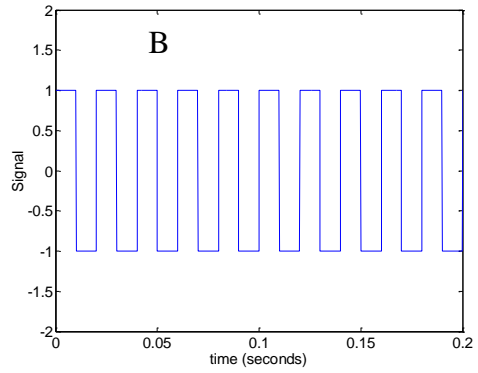
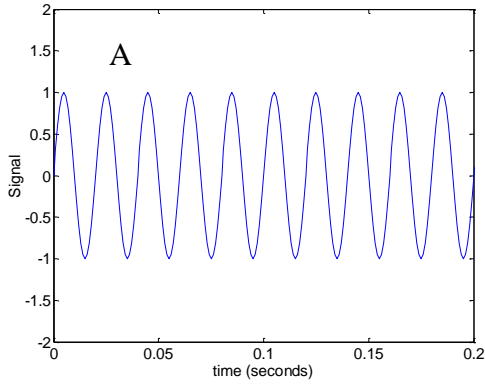
Deze kan ook geschreven worden in een amplitude/fase notatie:

$$s(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} M_n \cos(2\pi n f_0 t + \phi_n)$$

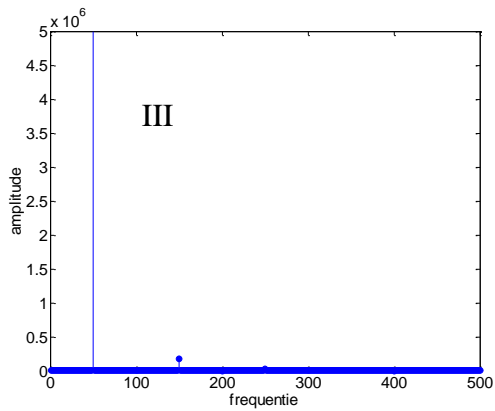
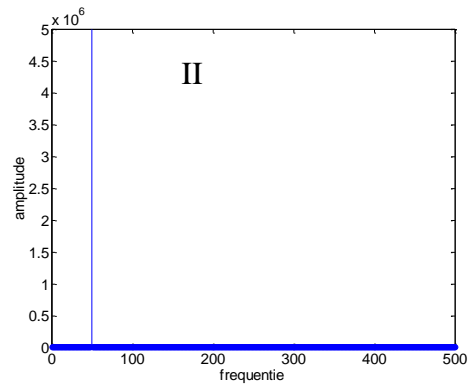
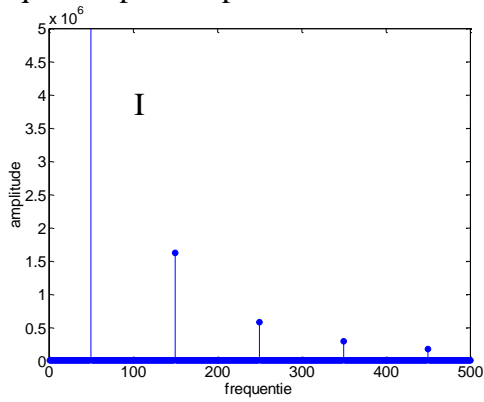
Opgave 7: geef het verband tussen de coëfficiënten (a_n en b_n) en de amplitudes/fasehoeken (M_n en ϕ_n).

Opgave 8

Gegeven zijn de volgende signalen, telkens getekend voor een tijdsverloop van 200 ms :



Deze signalen leveren (in willekeurige volgorde) na een Fouriertransformatie de volgende frequentiespectra op:

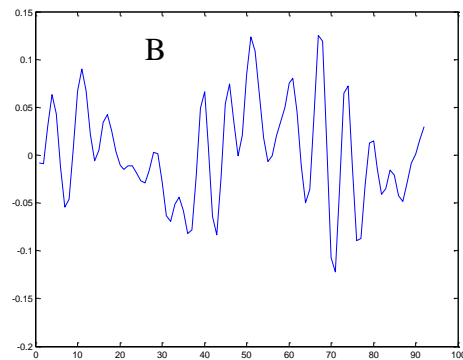
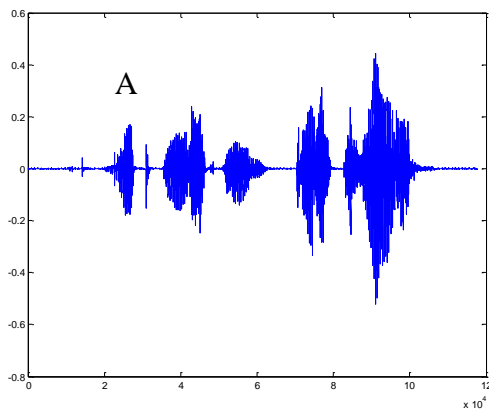


Vragen:

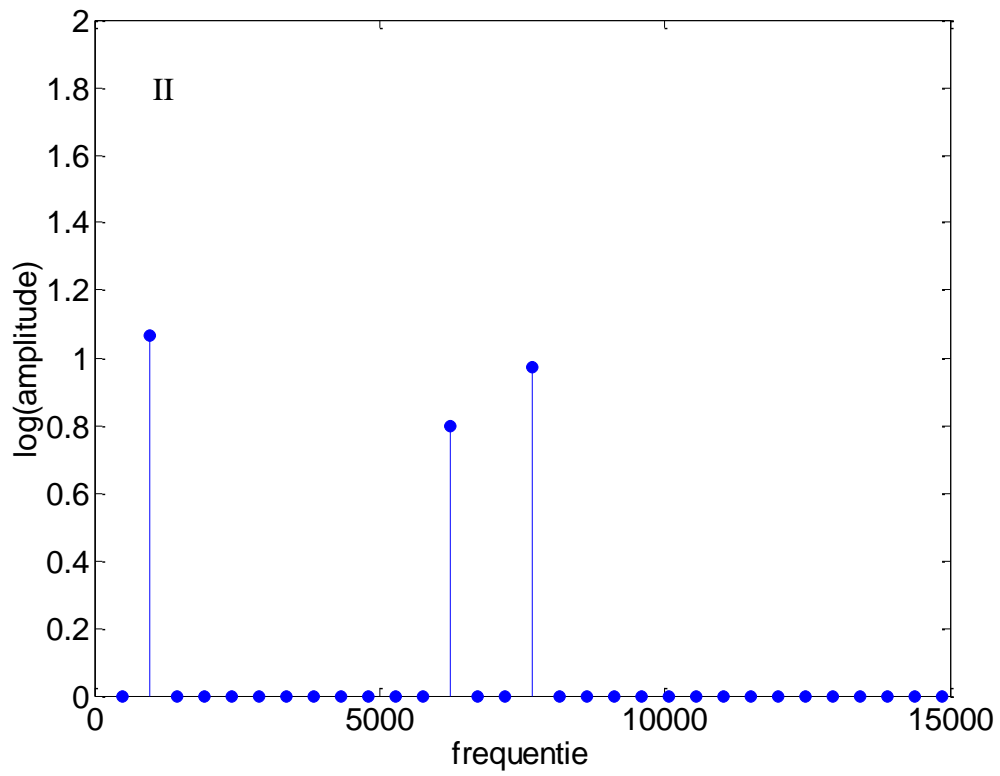
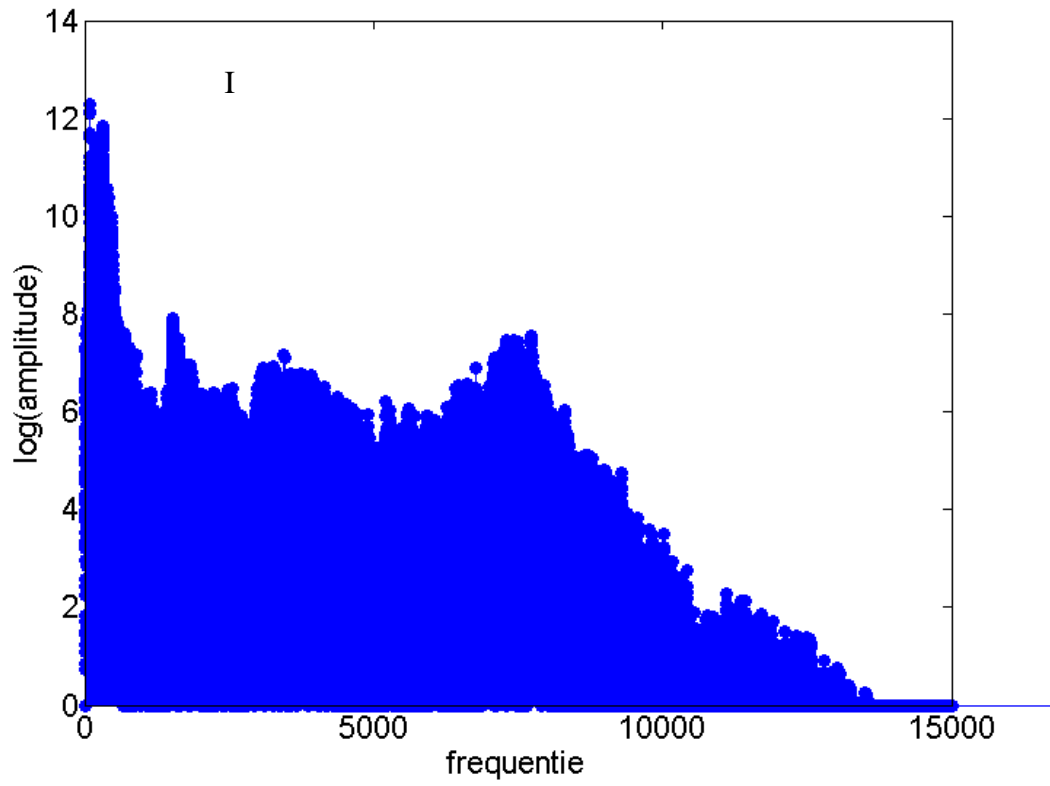
- Geef aan welke frequentiespectrum (I-III) bij welk signaal (A-C) hoort.
- Motiveer je antwoord.
- Waarom ligt in de frequentiespectra van alle signalen de piek met de laagste frequentie bij dezelfde frequentie?
- Hoe noemen we de pieken van lagere amplitude bij hogere frequenties? Bij welke frequenties treden deze pieken op?

Opgave 9

Hieronder worden twee geluidssignalen weergegeven. Geluidssignaal A is opgenomen over een tijdsduur van 2.7 s, en geluidssignaal B over een duur van 2 ms.



Van beide signalen is daarna door een Fourier transformatie een frequentiespectrum gemaakt, resulterend in de volgende grafieken I en II (de amplitude is op een logaritmische schaal uitgezet).

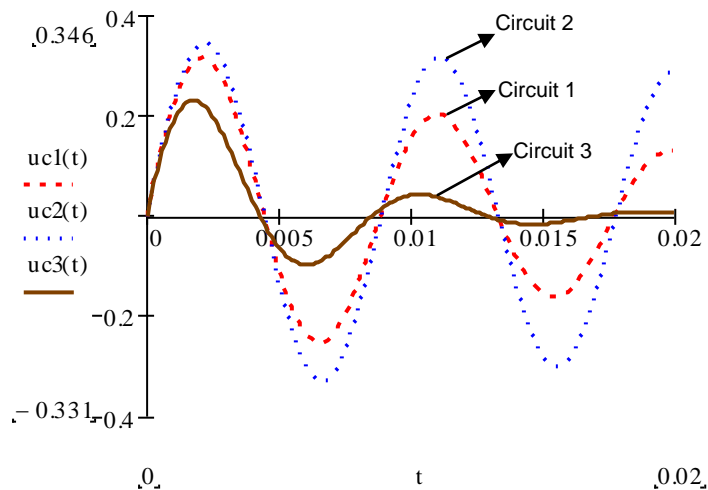


Vragen

- Welk frequentiespectrum hoort bij welke geluidsopname?
- Motiveer je antwoord.
- Welk spectrum heeft de grootste resolutie? Waar wordt de resolutie van een frequentiespectrum door bepaald?
- Kijkend naar spectrum I, wat is dan de bandbreedte van de geluidsopname? Motiveer je antwoord.

Bonusvraag

Gegeven zijn in onderstaande figuur de responsies van een drietal zwakgedempte RLC seriekringen.



- Als gegeven is dat L hetzelfde is voor alle drie circuits. Welk circuit heeft dan de grootste R en welke de kleinste R ? Verklaar je antwoord.
- Als nu verder gegeven is dat C ook bij alle drie circuits constant is. Dan is ω_0 toch ook constant voor de drie circuits? Waarom zien we dan verschil in de frequenties van de drie responsies?