

Tentamen Lineaire Systemen, Vakcode 123149.

Datum : 6 mei 1999
Plaats : BB-3
Tijd : 13.30-17.00

1. Gegeven is het tijdcontinue ingangs-uitgangssysteem

$$\ddot{y}(t) - 2\dot{y}(t) - 3y(t) = \ddot{x}(t) - x(t).$$

- (a) Bepaal een simulatiediagram van dit systeem met integratoren, multipliers en anders.

We schrijven het systeem in de vorm:

$$\begin{aligned}\dot{v}(t) &= Av(t) + bx(t) \\ y(t) &= cv(t) + dx(t)\end{aligned}$$

- (b) Geef A , b , c en d .
(c) Bereken e^{At} op twee manieren.
(d) Geef de overdrachtsfunctie van het systeem.
(e) Is het systeem stabiel? Motiveer uw antwoord.

2. Beschouw het discrete tijdssysteem:

$$6y(n+2) - 5y(n+1) + y(n) = 3x(n+1) - x(n).$$

- (a) Bereken de homogene oplossing.
(b) Bereken de impulsresponsie.
(c) Is het systeem stabiel? Motiveer uw antwoord.
(d) Bereken met behulp van de Z -getransformeerde de uitgang $y(n)$ voor $n \geq 0$ als gegeven is dat $x(n) = (\frac{1}{3})^n$, $n \geq 0$, en $y(0) = 1$, $y(1) = 0$.

3. Gegeven is het tijdcontinue systeem, beschreven door de differentiaalvergelijking:

$$\dot{y}(t) + 3y(t) = x(t). \tag{1}$$

Als ingang $x(t)$ van het systeem nemen we het periodieke signaal, met periode 1, gegeven door

$$\begin{aligned}x(t) &= 1 \quad \text{voor } 0 < t < \frac{1}{2}, \\ x(t) &= -1 \quad \text{voor } \frac{1}{2} < t < 1.\end{aligned}$$

De uitgang $y(t)$ van het systeem heeft de Fouriercoëfficiënten y_n .

- (a) Bereken de Fouriercoëfficiënten y_n .
(b) Bewijs dat de uitgang $y(t)$ van het systeem reëel is.

4. Beschouw het signaal

$$x(t) = e^{-at}u(t-1) = \begin{cases} e^{-at} & \text{voor } t \geq 1 \\ 0 & \text{voor } t < 1 \end{cases}$$

(a) Ga na dat de Laplace getransformeerde van x gegeven wordt door

$$X(s) = \frac{e^{-(s+a)}}{s+a}.$$

Wat is het convergentiegebied (ROC)?

(b) Wat is de Fourier getransformeerde van x ? Verklaar uw antwoord.

(c) Bereken de convolutie van de volgende twee signalen

$$h(t) = e^{-2t}u(t), \quad z(t) = e^{-t}u(t-1).$$

Tabellen

| | <i>Eenzijdige Laplace getransformeerde</i> | <i>Convergentiegebied</i> |
|----------------------------|--|-------------------------------|
| $e^{at}u(t)$ | $\frac{1}{s-a}$ | $\text{Re}(s) > \text{Re}(a)$ |
| $\delta(t)$ | 1 | C |
| $t^{k-1}e^{at}u(t)$ | $\frac{(k-1)!}{(s-a)^k}$ | $\text{Re}(s) > \text{Re}(a)$ |
| $\cos(\omega t)e^{at}u(t)$ | $\frac{s-a}{(s-a)^2 + \omega^2}$ | $\text{Re}(s) > \text{Re}(a)$ |
| $\sin(\omega t)e^{at}u(t)$ | $\frac{\omega}{(s-a)^2 + \omega^2}$ | $\text{Re}(s) > \text{Re}(a)$ |

| | <i>Eenzijdige Z-getransformeerde</i> | <i>Convergentiegebied</i> |
|---------------|--------------------------------------|---------------------------|
| $a^n u(n)$ | $\frac{z}{z-a}$ | $ z > a $ |
| $\delta(n)$ | 1 | C |
| $a^n u(n-1)$ | $\frac{a}{z-a}$ | $ z > a $ |
| $na^n u(n-1)$ | $\frac{az}{(z-a)^2}$ | $ z > a $ |

Puntenverdeling

| Som 1 | | Som 2 | | Som 3 | | Som 4 | |
|-------|----|-------|----|-------|----|-------|----|
| a | 5 | a | 5 | a | 15 | a | 5 |
| b | 5 | b | 5 | b | 5 | b | 5 |
| c | 15 | c | 5 | | | c | 10 |
| d | 5 | d | 10 | | | | |
| e | 5 | | | | | | |