

Tentamen Calculus B (151202)

Maandag 29 januari 2007, 13:30 - 16:30 uur.

Alle antwoorden dienen gemotiveerd te worden.
Het gebruik van een rekenmachine is niet toegestaan.

1. Is de de oneigenlijke integraal

$$\int_1^{\infty} \frac{dx}{x\sqrt{x}}$$

convergent? Zo ja, bereken deze integraal.

2. Gegeven is het gebied $D = \{(x, y) | \frac{1}{2}x \leq y \leq x, 0 \leq y \leq 1\}$. Bereken

$$\iint_D y^2 e^{y^2} dA.$$

3. Gegeven is het gebied $E = \{(x, y, z) | 0 \leq x^2 + y^2 \leq a^2, 0 \leq z \leq b\}$. Bereken

$$\iiint_E (x^2 + y^2 + z^2) dV.$$

4. Gegeven is een conservatief vectorveld \mathbf{F} . Laat zien dat $\text{curl } \mathbf{F} = \mathbf{0}$.

5. Gegeven zijn het vectorveld

$$\mathbf{F}(x, y) = \frac{y^2}{1+x^2} \mathbf{i} + 2y \arctan x \mathbf{j}$$

en de kromme C met parametervoorstelling

$$\mathbf{r}(t) = t^2 \mathbf{i} + 2t \mathbf{j}, \quad 0 \leq t \leq 1.$$

Bereken de lijnintegraal

$$\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}.$$

6. Gegeven is het vectorveld

$$\mathbf{F}(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2} \mathbf{i} - \sqrt{x^2 + y^2} \mathbf{j} + (x^2 + y^2 + z^2) \mathbf{k}.$$

(a) Bepaal $\text{curl } \mathbf{F}$.

(b) Bereken

$$\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r},$$

waarbij de kromme C van $(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\sqrt{3}, 0)$ naar $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\sqrt{3}, 0)$ is gegeven door

$$x^2 + y^2 = 1, \quad z = 0, \quad x \geq \frac{1}{2}.$$

Normering: (cijfer = $\frac{\text{aantal punten}}{4} + 1$)

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|------|---|---|
| 1 | : | 6 | 3 | : | 6 | 5 | : | 6 | 6(a) | : | 3 |
| 2 | : | 6 | 4 | : | 3 | | | | 6(b) | : | 6 |