

Eerste deeltaets Kansrekening
(Module Signalen en Onzekerheid, 201300182)
Vrijdag 20 februari 2015 van 13.45 - 15.15 uur

Deze toets bestaat uit 5 opgaven.
Alle antwoorden dienen te worden gemotiveerd.
Gebruik van een rekenmachine is *niet* toegestaan.

1. S is een verzameling mogelijke uitkomsten van een experiment en P is een functie die aan iedere deelverzameling E van S een reëel getal $P(E)$ toekent.
 - a. Onder welke voorwaarden noemen we het paar (S, P) een kansruimte? (formuleer de drie axioma's nauwkeurig).
 - b. Bewijs met behulp van deze axioma's dat voor twee gebeurtenissen E en F geldt dat $P(E \cup F) = P(E) + P(F) - P(E \cap F)$. Geef bij de stappen aan op basis waarvan deze gelden.
2. Van alle vliegtuigongelukken wordt 30% veroorzaakt door een constructiefout. Als een constructiefout de oorzaak is van een vliegtuigongeluk wordt deze in 85% van de gevallen ook als oorzaak opgegeven. Als een vliegtuigongeluk een andere oorzaak heeft wordt toch in 35% van de gevallen een constructiefout als oorzaak genoemd. Geef bij de beantwoording van onderstaande vragen aan welke algemene kanswetten je gebruikt.
 - a. Wat is de kans dat bij een vliegtuigongeluk een constructiefout als oorzaak wordt genoemd?
 - b. Bereken de kans dat een vliegtuigongeluk werkelijk door een constructiefout is veroorzaakt als een constructiefout als oorzaak wordt genoemd.
3. We gooien een munt, net zolang totdat we k keer kop hebben gegooid, waarbij k een vooraf gekozen geheel getal is. De kans op kop is p voor iedere worp, en de worpen zijn onderling onafhankelijk. Zij N het totaal aantal worpen.
 - a. Geef de kansfunctie en de verwachtingswaarde van N voor het speciale geval $k = 1$; hoe heet de verdeling in dit geval?
 - b. Geef (voor algemene k) het waardenbereik en de kansfunctie van N .
4. De kansdichtheid van de stochastische variabele X is
$$f(x) = \begin{cases} c(1 - x^2), & x \in [-1, 1], \\ 0 & \text{anders.} \end{cases}$$
 - a. Bereken c en bepaal daarmee de verdelingsfunctie van X .
 - b. Bepaal $P(\frac{1}{2} < X < \frac{3}{2})$.
 - c. Bepaal EX en $\text{Var}(X)$.

Z.O.Z.

5. De stochastische variabele X is uniform verdeeld op $[0, 1]$, en $Y = 1/X$.

a. Bepaal de kansdichtheid van Y .

b. Bepaal EY .

Normering:

1		2		3		4			5		Totaal
a	b	a	b	a	b	a	b	c	a	b	
2	3	2	2	2	3	3	2	3	3	2	27

Deeltoetscijfer: $\frac{\text{Totaal}}{3} + 1$.